Matematiske emner

Trafik køer

Nogle matematiske modeller

Ole Witt-Hansen 2008

Indhold

1. Introduktion og begrundelse for at beskæftige sig teoretisk med trafik køer

Ved kørsel på motorveje især i Tyskland oplever man køer, der står stille på motorveje. Det kan være vejarbejde, trafikuheld, hvilket det så er nogenlunde forståeligt, at der kommer kødannelse og eventuelt at trafikken stopper helt.
Men nogen gange oplever man en prop, som kan være flere kilometer lang, hvor bilerne står stille og med mellemrum snegler sig frem i 1. gear. Både før og efter trafikproppen kører bilerne med 130 – 160 *km/h*. Man kunne formode vejarbejde eller færdselsuheld, men ind imellem viser det sig, at det ikke er tilfældet.
Det er nemt at forstå, at når først trafik proppen er opstået, så vil den bestå eller bliver længere, hvis det er nogenlunde det samme antal biler, der når køens bagende, som det antal, der forlader forenden af køen.
Spørgsmålet er derfor, hvordan kan en trafikprop opstå, hvis der ikke er ydre omstændigheder: (Vejarbejde eller trafik uheld).
Modellen nedenfor viser, at en trafikprop faktisk kan opstå, (hvor trafikken går helt i stå), hvis farten af bilerne af en eller anden grund sænkes, (og dermed tætheden af biler forøges) eller hvis tætheden af biler forøges på grund af en tilkørsel så hastigheden sænkes.

Det som kan forekomme underligt er måske, at en kø kan gå helt i stå, nå der køres normalt både foran og bagved køen, men den matematiske model viser, at det godt kan være tilfældet.

Et andet, (men mindre overraskende) problem er køer foran trafiklys. Hvor lang tid skal der være grønt lys for at undgå lange trafik køer. Dette bliver også løst ved en matematisk model.

2. Generelle definitioner og betragtninger over bil trafik

Vi skal her beskæftige os med nogle matematiske modeller, der vedrører dannelsen af trafik køer. Til dette skal vi først definere nogle begreber:

(2.1)

$v = v(x,t)$: Bilernes hastighed på stedet x til tidspunktet t.

$\rho = \rho(x,t)$: Tætheden af biler på stedet x til tidspunktet t.

ρ måles som antal biler pr. meter eller biler pr. 100 m i en vejbane.

Antallet af biler, der i en vognbane passerer et givet punkt pr. sekund, kaldes *frekvensen* og betegnes f. Hvis der er flere vognbaner, skal frekvensen blot multipliceres med dette antal.

Frekvensen er lig med tætheden gange hastigheden $f = f(x,t) = \rho \cdot v$.

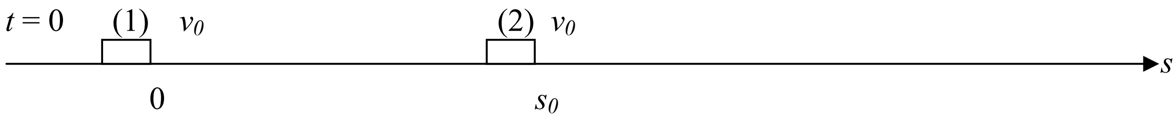
Dette kan let indses, idet antallet af biler, der er på strækningen $l = v\Delta t$ før positionen x, vil passere x i løbet af Δt, er lig med $\Delta n = \rho\, v\Delta t$. Følgelig er antallet af biler, der passerer pr. sekund lig med:

$$f = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \rho \cdot v \tag{2.2}$$

Vi skal antage, at når man kører i en kø, holder man en konstant sikkerhedsafstand, som afhænger af hastigheden.

En rimelig vurdering af denne afstand er, at man mindst skal kunne køre denne afstand med hastigheden v i reaktionstiden t_r, der forløber fra man registrerer, at den forankørende bremser til man selv begynder at bremse. Sikkerhedsafstanden er da: $l_s = v \cdot t_r$.

Selv om dette valg af sikkerhedsafstand, virker umiddelbart rimeligt, vil vi give en kinematisk begrundelse for, at det er det eneste fornuftige valg.

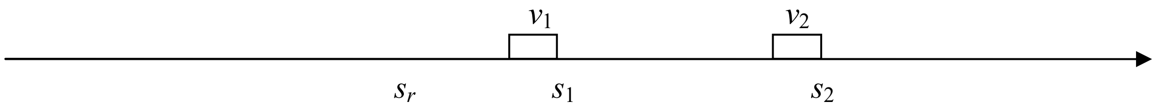


På figuren ovenfor kører to biler begge med samme hastighed v_0. (1) har positionen $s = 0$, mens (2) har positionen s_0. Til tidspunktet $t = 0$ begynder (2) at bremse, mens (1) først begynder at bremse efter reaktionstiden t_r. Til dette tidspunkt, vil (1) have positionen $s_r = v_0 t_r$.

Det er nu indlysende, at hvis $s_r = s_0$ og hvis de to biler har samme bremselængde, så vil (1) brase ind i bagenden på (2), når denne holder stille. Hvis dette skal undgås, skal afstanden mellem de to biler altså mindst være $s_r + w = v_0 t_r + w$, hvor w betegner (standard)længden af en bil.

Vi vil nu opskrive positioner og hastigheder for de to biler til forskellige kritiske tidspunkter.

$t_r < t < t_2(stop)$



Ved at anvende de sædvanlige formler for en konstant accelereret bevægelse med acceleration $-a$, kan man opskrive hastigheder og positioner under bremsningen for de to biler for $t > t_r$.

(2.3)
$$v_1 = v_0 - a(t - t_r) \qquad v_2 = v_0 - a \cdot t$$
$$s_1 = s_r + v_0(t - t_r) - \tfrac{1}{2}a(t - t_r)^2 \qquad s_2 = s_r + v_0 \cdot t - \tfrac{1}{2}a \cdot t^2$$

Heraf kan man f.eks. aflæse deres relative hastighed, og afstanden imellem de to biler.

(2.4)
$$v_2 - v_1 = -a \cdot t_r \qquad s_2 - s_1 = s_0 - s_r + v_0 \cdot t_r + \tfrac{1}{2}a \cdot t_r^2 - a \cdot t_r \cdot t$$

Idet $s_r = v_0 \cdot t_r$ får man: $\quad s_2 - s_1 = s_0 + \tfrac{1}{2}a \cdot t_r^2 - a \cdot t_r \cdot t$

Man ser, at den relative hastighed er negativ, så bilerne nærmer sig hinanden under bremsningen. Vi ser også, at $s_2 - s_1$ aftager lineært med tiden.

(2) er standset til tidspunktet givet ved: $v_2 = 0 \Leftrightarrow v_0 - at_2 = 0 \Leftrightarrow t_2 = \dfrac{v_0}{a}$

(1) er standset til tidspunktet givet ved: $v_1 = 0 \Leftrightarrow v_0 - a(t_1 - t_r) = 0 \Leftrightarrow t_1 = t_r + \dfrac{v_0}{a}$

Når (2) holder stille er afstanden mellem bilerne: $s_2 - s_1 = s_0 + \frac{1}{2}at_r^{\ 2} - at_r\frac{v_0}{a} = s_0 + \frac{1}{2}at_r^{\ 2} - v_0t_r$

idet $s_r = v_0t_r$ får man: $s_2 - s_1 = s_0 - s_r + \frac{1}{2}a \cdot t_r^2$.

Afstanden er således positiv, når blot $s_0 - s_r$ er det. Man kan da bestemme de to bilers positioner, når de begge er standset, ved at indsætte stop tiderne, men det er lettere at anvende formlen:

$$2a(s - s_0) = v^2 - v_0^{\ 2} \quad med\ v = 0$$

(2.5)

$$(1)\quad s_{stop}(1) - s_r = \frac{v_0^{\ 2}}{2a} \Rightarrow s_{stop}(1) = s_r + \frac{v_0^{\ 2}}{2a}$$

$$(2)\quad s_{stop}(2) - s_0 = \frac{v_0^{\ 2}}{2a} \Rightarrow s_{stop}(1) = s_0 + \frac{v_0^{\ 2}}{2a}$$

Vi slutter således med det resultat, (som vi formodede fra starten), nemlig, at når bilerne er standset er afstanden mellem bilernes kølere den samme, som den var da de begyndte at bremse (til forskellige tidspunkter)

(2.6) $s_{stop}(2) - s_{stop}(1) = s_0 - s_r$ hvor vi husker at $s_r = v_0t_r$

For at undgå ”harmonika sammenstød”, skal denne afstand være større en længden w af en bil.

Hvis w som før betegner standard længden af en bil, så vil der ved kø kørsel, hvor alle kører med samme sikkerhedsafstand være netop én bil på strækningen $vt_r + w$. Tætheden er følgelig:

(2.7)
$$\rho(v) = \frac{1}{vt_r + w}$$

Vi definerer så en trafik kø, som en bevægelse af biler, hvor sammenhængen mellem hastighed og tæthed er givet ved relationen (2.7) *ovenfor.*

For eksempel, ser man, at $\rho(0) = 1/w$ og $\rho(\infty) = 0$. Hvis hastigheden er nul, er afstanden mellem bilerne nul og med $w = 5\ m$, er der 1/5 bil pr meter.

Da vi kun beskæftiger os med kø kørsel, vil vi antage, at tætheden af biler altid er givet ved (2.7)
Generelt vil vi antage at $w = 5\ m$, mens man kan justere på t_r fra 1 s til 2 s.
Ved differentiation af $\rho(v)$, finder man:

(2.8)
$$\rho'(v) = -\frac{t_r}{(vt_r + w)^2}\ ,$$

og som man kunne forvente aftager tætheden (næsten kvadratisk) med hastigheden.

Udtrykket for frekvensen af biler bliver herefter

(2.9) $$f(v) = \rho \cdot v = \frac{v}{vt_r + w}$$

Som eksempel, vil vi beregne frekvensen af biler, der bevæger sig i en kø med hastigheden 50 km/h =13,9 *m/s*.
Vi sætter reaktionstiden til 1 *s*, og finder $f(13{,}9) = 0{,}73$ biler pr sek. Hvis reaktionstiden er 2 *s*, finder man $f(13{,}9) = 0{,}42$ biler pr sek. Sikkerhedsafstanden i de to tilfælde er 13,9 *m* og 27,8 *m*.

Frekvensen er en funktion af formen: $f(x) = \dfrac{x}{ax+b}$ *hvor* $x \geq 0$. og a og b er positive tal.

Det ses umiddelbart at $f(0) = 0$ (Der passerer igen biler, når hastigheden er 0) og

$$f(x) = \frac{1}{a + \frac{b}{x}} \rightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{t_r} \; for \;\; x \rightarrow \infty$$ (ved store hastigheder, vil der passere en bil i reaktionstiden)

Vi vil nu undersøge, hvorledes frekvensen afhænger af hastigheden.
Vi antager derfor, at man kører i en kø med hastigheden v, og vil beregne ændringen i frekvensen, når hastigheden af køen øges. Vi vil således beregne

$$f'(v) = (\rho \cdot v)' = \rho' v + \rho \cdot 1 = -\frac{vt_r}{(vt_r + w)^2} + \frac{1}{vt_r + w} \,,$$

som reduceres til: $$f'(v) = \frac{w}{(vt_r + w)^2}$$

Da $f'(v) > 0$ er frekvensen - ikke overraskende - en voksende funktion af hastigheden.

Hvad der måske er mere overraskende er, at frekvensen ikke reduceres lineært med hastigheden, men langt mindre. Først opskriver vi et generelt udtryk for ændringen i frekvensen, når hastigheden reduceres (forøges) fra v_1 til v_2.

$$f(v_2) - f(v_1) = \frac{v_2}{v_2 t_r + w} - \frac{v_1}{v_1 t_r + w} = \frac{w(v_2 - v_1)}{(v_2 t_r + w)(v_1 t_r + w)}$$

Som eksempel vil vi se på, hvor meget frekvensen af biler ændrer sig, hvis hastigheden går ned fra 72 km/h = 20 *m/s* til 36 km/h = 10 *m/s*. Vi sætter reaktionstiden til 1,5 *s*. og finder, at $\Delta f = 0{,}071$ biler pr sek. Den oprindelige frekvens var 0,57. Det er således en ret overraskende lille ændring, der sker.

3. Afvikling af en trafik kø ved et trafiklys

Det tidsrum, hvor et trafiklys viser rødt lys betegnes $t_{rød}$ og tilsvarende for $t_{grøn}$.

Vi antager først, at der er en konstant frekvens af biler $f(v)$ hen mod stoplyset. I denne tilnærmelse vil der være $n_{kø} = f(v) \cdot t_{rød}$ biler i køen, og køen vil have længden $l_{kø} = f(v) \cdot t_{rød} \cdot w$.

For blot lidt længere køer, kan dette ikke opretholdes, idet biler til bagenden af køen skal køre stykket $l_{kø}$ kortere, så køen vil vokse hurtigere. Dette svarer til Doppler effekten for lydbølger.

Svarende til frekvensen f, har man perioden T, dvs. det tidsinterval, hvormed biler passerer et givet punkt med frekvensen f.

Der gælder at: $f = \frac{1}{T} \Leftrightarrow T = \frac{1}{f}$.

Da køen bliver forlænget med w hver periode T, vokser køen mod kørselsretningen med hastigheden:

(3.1) $$v_{kø} = \frac{w}{T} = wf \ .$$

Den efterfølgende bil, der nærmer sig køen, skal i perioden T køre et kortere stykke w med hastigheden v, og vil derfor ankomme til bagenden af køen tidsrummet $\Delta T = \frac{w}{v}$ tidligere.

Den sande frekvens T', hvormed køen vokser er derfor $T' = T - \frac{w}{v}$.

Idet $w = v_{kø}T$ finder man:

(3.2) $$T' = T - \frac{v_{kø}}{v}T \ \Leftrightarrow \ T' = T(1 - \frac{v_{kø}}{v}) \quad ,$$

svarende til frekvensen:

(3.3) $$f' = \frac{f}{(1 - \frac{v_{kø}}{v})} \ .$$

Det dog lettere at anvende: $T' = T - \frac{w}{v}$

Vi skal nu se på hvor længe, der skal være grønt lys for at den kø, som er dannet ved det røde lys er afviklet. Dette skulle være en tilstrækkelig betingelse for, at der ikke dannes lange vedvarende køer ved et trafiklys.

Vi antager, at bilerne i køen begynder at køre, forskudt med tidsrummet (reaktionstid) t_r og at de alle accelererer med den konstante acceleration a. Vi opstiller da en ligning for, hvornår den *n'te* bil passerer stoplinien og når over krydset.

Den første bil kører til tidspunktet t_r efter at lyset er skiftet, den næste til tidspunktet $2t_r$, og sådan fremdeles. Den 2. bil skal imidlertid accelerere stykket w for at nå hen til stoplinien.
Den 3. bil skal accelerere stykket $2w$ og den *n'te* bil skal accelerere stykket $(n\text{-}1)w$.
Den tid det tager, at køre dette stykke, kan beregnes af ligningen:

$$s = ½a\Delta t_n^{\ 2} = (n-1)w \, ,$$

som vi løser for Δt_n.;

(3.4) $$\Delta t_n = \sqrt{\frac{2(n-1)w}{a}}$$

Den tid t_n, det tager før den *n'te* bilist har passeret stoplinien bliver følgelig:

(3.5) $$t_n = nt_r + \sqrt{\frac{2(n-1)w}{a}}$$

Hvis der er n biler i køen, skal $t_{grøn} > t_n$ for at køen afvikles inden, der skiftes til rødt igen. Antallet af biler der kører ind i køen, mens der er rødt lys er imidlertid $n_{ind} = f(v)t_{rød}$, hvor f er (den korrigerede) frekvens af biler mod stoplyset.

Hvis der ikke skal dannes lange køer ved stoplyset, skal der altså gælde:

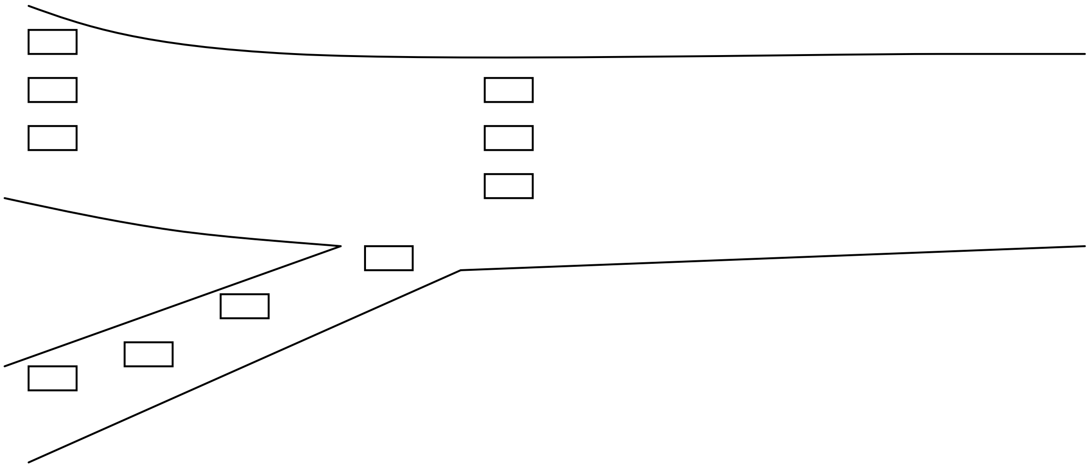
(3.6) $$t_{grøn} = f(v)t_{rød}t_r + \sqrt{\frac{2(f(v)t_{rød}-1)w}{a}}$$

3.7 Regneeksempel

Lad os antage af farten mod stoplyset er 60 *km/h*. frekvensen $f(v)$ = 0,5 pr sek.
Den korrigerede periode bliver $T' = T$-w/v = 2 – 5/16,7 = 1,70, og den korrigerede frekvens bliver : f' = 0,59.
Når køen er fyldt op vil der være $n = f' \cdot t_{rød}$ =17,7 biler i køen, som vil være 88,5 *m* lang. Accelerationen antages at være 2,0 m/s^2, og bilens længde w = 5,0 *m*. Vi sætter $t_{rød}$ til 30 *s*. t_r = 2s. Heraf finder man: $t_{grøn}$ = 44,4 s.
Hvis frekvensen dropper til 0,1 pr. sek. Finder man $t_{grøn}$ = 9,2 *s*.
Der er således meget stor forskel på de tider, hvor der skal være rødt og grønt lys i et kryds afhængig af trafikken.

4. Trafik køer på motorveje

I modsætning til, hvordan man ind imellem måske oplever det, så går trafikken i almindelighed ikke i stå, hvis hastigheden nedsættes af en eller anden grund, så der opstår en kø. Det betyder det blot at bilerne fortsætter, men med nedsat hastighed.
Hvis hastigheden sættes ned eller sættes op fra v_1 til v_2, så vil alle biler under nedbremsning bevæge sig det samme stykke $s_2 - s_1$, givet ved $2a(s_2 - s_1) = v_2^2 - v_1^2$.
Den efterfølgende bil vil begynde at bremse tidsrummet t_r efter, i hvilket tidsrum, den har bevæget sig stykket vt_r.
Bremsestrækningen er den samme for de to biler, og hastigheden v_2 bliver nået i tidsrummet t_r fra den foregående bil.
I dette tidsrum har den foregående bil imidlertid kørt strækningen v_2t_r og afstanden mellem bilernes forender vil være v_2t_r+w, svarende til den nye kø tæthed: $\rho(v) = \dfrac{1}{vt_r + w}$.
Hvis en kø gennem blot lidt længere tid tilføres flere biler, på grund af en tilkørsel, eller fordi en vejbane er spærret, så forudsiger denne model imidlertid, at trafikken efter en vis tid altid vil gå fuldstændig i stå.



v_a , f_a , v, ρ, f

Vi ser på en situation, hvor vi har en motorvej med et eller flere spor, og en tilkørsel med et spor. Antallet af vejbaner viser sig at være uvæsentligt for resultaterne.
Før tilkørslen antages bilerne på motorvejen at køre med hastighed v_a, frekvens f_a , som antages at være mindre end kø frekvensen: (Der er altså ikke dannet kø på (motor)vejen endnu).

(4.1)
$$f_a = \frac{m \cdot v_a}{v_a t_r + w}.$$

m er antallet af vognbaner på motorvejen. Ved tilkørslen har vi tilsvarende hastighed v_b og frekvens f_b, idet det dog antages, at der her kun er en vognbane. Efter indkørslen til motorvejen antages bilerne at køre med hastighed v og tæthed ρ.

Frekvensen lige efter tilkørslen er $f = f_a + f_b$. Hvis denne frekvens er mindre end kø frekvensen:

(4.2)
$$f_{kø} = \frac{m \cdot v}{v t_r + w} ,$$

svarende til hastigheden v, vil hastigheden efter tilkørslen være uændret den samme, og der vil ikke opstå kødannelse.

Vi vil nu se på nogle modeller for hvorledes hastigheden ændrer sig, hvis såvel f_a som f_b er mindre end de tilsvarende kø frekvenser, mens $f = f_a + f_b$ er større end kø frekvensen, svarende til hastigheden v.
I den første og mest simple model antager vi at frekvensen ved tilkørslen $f = f_a + f_b$ er konstant.
Vi opstiller da følgende ligninger, der regner et skridt n = 1,2, 3...frem i tiden.
Hastighed tæthed og frekvens til "tidspunktet" n betegnes $v(n)$, $\rho(n)$ og $f(n)$.

Frekvensen er givet ved $f = f_a + f_b$ .Tætheden efter tilkørslen er givet ved formlen:

(4.3)
$$\rho(n) = \frac{f}{v(n)}$$

(Disse formler gælder uindskrænket, kø eller ej)

Hvis den beregnede $\rho(n)$ er mindre end kø tætheden ved hastigheden v, så er hastigheden uforandret, ellers må hastigheden beregnes ud fra formlen for tæthed:

(4.4) $$\rho = \frac{1}{vt_r + w}$$

følger således:

(4.5) $$v = \frac{1}{t_r}\left(\frac{1}{\rho} - w\right) \quad \text{og} \quad v(n+1) = \frac{1}{t_r}\left(\frac{1}{\rho(n)} - w\right)$$

Ved at indsætte udtrykket for ρ, fås:

(4.6) $$v(n+1) = \frac{1}{t_r}\left(\frac{v(n)}{f} - w\right) \quad => \quad v(n+1) = \frac{1}{t_r f}v(n) - \frac{w}{t_r}$$

Dette er en såkaldt differensligning. Differensligninger løses i almindelighed med numeriske metoder, men i nogle tilfælde har de ligesom differentialligninger en analytisk løsning.

Man kan få et gæt på en analytisk løsning ved at opfatte n som en kontinuert variabel og anvende den tilnærmede værdi for $v(n+1) = v(n)+v'(n)$.
Indsættes dette i (4.6) fremkomner følgende differentialligning

(4.7) $$v'(n) = \left(\frac{1}{t_r f} - 1\right)v(n) - \frac{w}{t_r}$$

Løsningen viser sig at være en eksponentiel funktion plus en konstant. Vi forsøger os derfor med løsningen:

(4.8) $$v(n) = c_1 a^{k \cdot n} + c_2$$

Indsat i ligningen giver dette.

$$c_1 a^{k\cdot(n+1)} + c_2 = \frac{1}{t_r f}(c_1 a^{k\cdot n} + c_2) - \frac{w}{t_r}$$

Ved at samle leddene på højre side og sætte $a^{k \cdot n}$ uden for en parentes får man:

$$(a^k - \frac{1}{t_r f})c_1 a^{k\cdot n} + c_2 - c_2\frac{1}{t_r f} + \frac{w}{t_r} = 0$$

Det ses heraf at $v(n) = c_1 a^{k \cdot n} + c_2$ er løsning til differensligningen, hvis og kun hvis:

(4.9) $$(a^k - \frac{1}{t_r f}) = 0 \Leftrightarrow a^k = \frac{1}{t_r f} \quad \text{og} \quad c_2 - c_2\frac{1}{t_r f} + \frac{w}{t_r} = 0 \Leftrightarrow c_2 = \frac{wf}{1 - t_r f}$$

Løsningen bliver da:

(4.10) $$v(n) = c_1 \left(\frac{1}{t_r f} \right)^n + \frac{wf}{1 - t_r f}$$

c_1 er bestemt af begyndelsesbetingelserne: $v(0) = v_0$., som giver $c_1 = v_0 - \dfrac{wf}{1 - t_r f}$.

Vi finder således løsningen:

(4.11) $$v(n) = (v_0 - \frac{wf}{1 - t_r f}) \left(\frac{1}{t_r f} \right)^n + \frac{wf}{1 - t_r f}$$

Som det let ses, så er løsningen helt afhængig af størrelsen $t_r f$, altså produktet af reaktionstiden og frekvensen af biler (biler pr. sek.).

Ser vi på udtrykket for frekvensen for en kø, gælder det for én vejbane:

$$f_{kø} = \frac{v}{vt_r + w} = \frac{1}{t_r + \frac{w}{v}} < \frac{1}{t_r}$$

Af den sidste ulighed følger : $t_r f_{kø} < 1$

Så længe frekvensen opfylder betingelsen for kø kørsel, vil $\dfrac{1}{t_r f} > 1$ og de to nævnere $1 - t_r f$ vil begge være positive.

Hastigheden $v(n)$ vil vokse eksponentielt med n. Formlen er imidlertid udledt ud fra den modsatte antagelse, at $f > f_{kø}$, og i dette tilfælde vil hastigheden aftage eksponentielt, og ifølge ligningerne ende med at blive negativ. Det sidste vil naturligvis ikke indtræffe, da trafikken vil gå i stå.
Men modellen forudsiger altså, at en kontinuerlig forøgelse af trafiktætheden betyder at køen vil gå i stå.

Vi vil nu se på en modificeret model, idet antagelsen om at $f = f_a + f_b$ er uafhængig af n ikke er realistisk. Vi antager derfor

$$f(n) = f_a(n) + f_b(n) \quad \text{og} \quad \rho(n) = \frac{1}{m} \frac{f(n)}{v(n)} \quad ,$$

hvor m er antallet af vejbaner og ρ er tætheden i hver vejbane. n er det n'te tids-skridt, hvis størrelse vi ikke vil fastlægge.
Disse formler gælder uindskrænket - kø eller ej. Som anvendt tidligere, gælder der formlerne:

(4.11) $$\rho_{kø} = \frac{1}{vt_r + w} \quad \Leftrightarrow \quad v_{kø} = \frac{1}{t_r} \left(\frac{1}{\rho} - w \right) = \frac{1}{t_r} \left(\frac{v}{f} - w \right).$$

Har vi nu givet $f(n) = f_a(n) + f_b(n)$ og $v(n)$, beregnes som tætheden:

(4.12) $$\rho(n) = \frac{1}{m}\frac{f(n)}{v(n)}.$$

Hvis $\rho(v) < \rho_{kø}(v)$, så vil hastigheden være uændret, mens i det modsatte tilfælde, kan den nye kø hastighed beregnes som

(4.13) $$v(n+1) = \frac{1}{t_r}\left(\frac{m \cdot v(n)}{f(n)} - w\right)$$

og den nye kø frekvens beregnes som

(4.14) $$f(n+1) = m\frac{v(n+1)}{v(n+1)t_r + w}$$

Frekvensen før sammenfletningen kan ikke være større end efter sammenfletningen, så hvis f_a bliver større end f, sætter vi $f_a = f$. Tilsvarende kan biler, der kommer fra tilkørslen ikke have en større hastighed, end efter sammenfletningen, så hvis $f(n+1)/m < f_b$, så sætter vi $f_b = f(n+1)/m$, og herefter gentages iterationen.

Hvis $\rho < \frac{1}{w}$, så sætter vi $\rho = \frac{1}{w}$, hvorefter hastigheden er nul. Trafikken er gået i stå.

Anvender man denne model, hvor $f(n) = f_a(n) + f_b(n)$ er mindre en kø frekvensen, vil der ikke ske nogen ændring i hastighederne, og der opstår ikke køer. I det modsatte tilfælde, vil hastigheden aftage (men ikke eksponentielt) til nul.

Nedenfor er vist resultatet af en beregning foretaget med Excel. Tiden er afsat ud af 1. aksen. Enheden er 2 sek. Hastigheden er afsat ud af 2. aksen. Enheden er m/s.
Som man ser, vil trafikken gå i stå efter en vis tid. Dette forhold er uafhængig af reaktionstiden. Det eneste, der har betydning er at tætheden, på grund af tilførsel fra en indkørsel – eller at antallet af vejbaner reduceres, så tætheden kommer op over den kritiske tæthed.