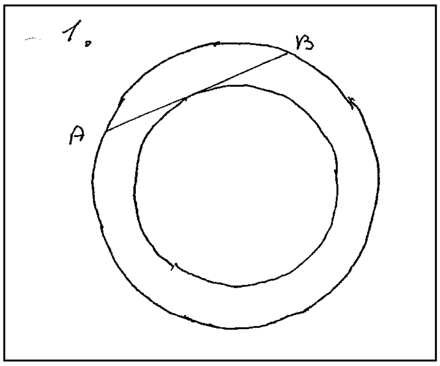
I 3 år fra 2009-2011 fungerede jeg som vejleder for eleverne til Georg Mohr prøven. Det var ikke noget, jeg havde ønsket, men der var ikke andre af matematiklærerne, der havde lyst, og grunden var angiveligt, at de ikke følte sig sikre på, at de ville kunne finde ud af opgaverne.
Før dette var det meget få Georg Mohr opgaver, som jeg har forsøgt at regne. Grunden er naturligvis, at hvis man ikke kan løse dem på relativt kort tid, så hænger man på den. Ser på dem igen og igen, og tiden går. (At kigge i facitlisten kan af mental hygiejniske grunde ikke anbefales til en matematiklærer).

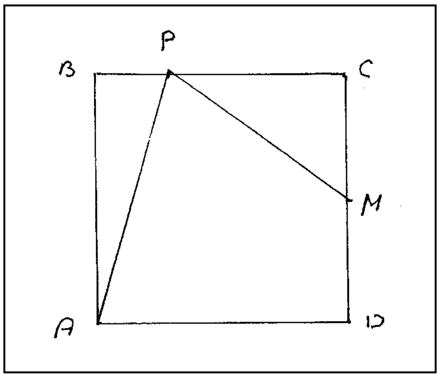
Da jeg fik hvervet, ville jeg være på lige fod med eleverne, hvilket betød, at jeg aldrig gjorde brug af en eksisterende facitliste. Hvis jeg ikke kunne regne dem, så kunne jeg ikke regne dem.
I løbet af de første to år lykkedes det mig nu at regne de fleste af opgaverne. Har man regnet en tre fire sæt, så er det lettere at regne resten.
Jeg synes nu, at kvaliteten af opgaverne var ret svingende. Nogle var super, andre var "sære".

Men der var især 4 opgaver, som jeg godt kunne lide, og når jeg skulle præsentere nye aspiranter til forberedelseskurset til Georg Mohr, plejede jeg at vælge et par stykker af dem.
Opgaverne hørte til den "lette" eller middelsvære ende.

1.



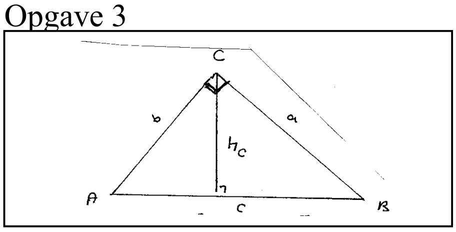
2.



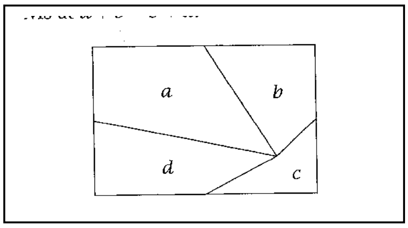
1. Man har to koncentriske cirkler. Korden AB som tangerer den inderste cirkel har længden 10. Beregn arealet mellem de to cirkler.

2. Kvadratet $ABCD$ har kantlængden 2. M er midtpunktet af CD. Bestem positionen af P, så strækningen APM bliver kortest mulig.

Opgave 3



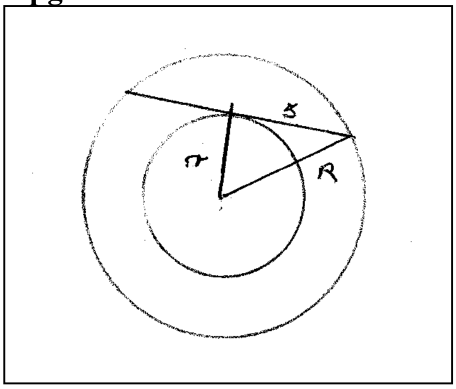
Opgave 4

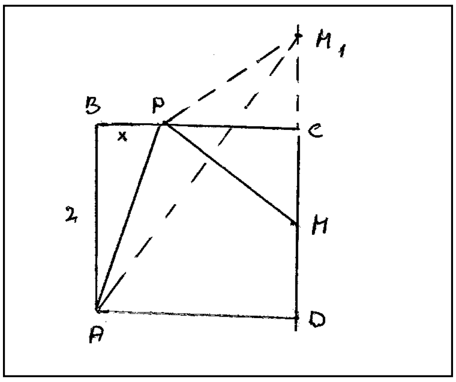


3. I en retvinklet trekant er summen af kateterne $a + b$ lig med 24, og højden på hypotenusen er 7. Beregn længden af hypotenusen.

4.Fra et punkt i et rektangel trækkes linier ud til midtpunkterne af de 4 sider. Herved dannes 4 polygoner med arealer a, b, c, d. Vis at: $a + c = b + d$.

Løsninger til opgaverne
Opgave 1





1. **Løsning.**
Vi skal bestemme forskellen mellem de to arealer πR^2 og πr^2
Det plejer jo at være sådan, at skal man finde forskellen mellem to arealer, så må man kende dem begge to. Det bliver ret hurtigt klart, at det ikke er muligt dette tilfælde, men løsninger er ligetil.

Man tegner en trekant, som vist på figuren med kateterne r og 5, samt hypotenusen R.
Der gælder så: $R^2 = r^2 + 5^2 \Rightarrow R^2 - r^2 = 25 \Rightarrow \pi R^2 - \pi r^2 = 25\pi$.

2. **Løsning**
For en matematiklærer er det oplagt at løse opgaven analytisk geometrisk:

Vi sætter derfor $BP = x$, og beregner afstandene AP og PM.

$$AP = \sqrt{x^2+4} \qquad PM = \sqrt{(x-2)^2+1} \qquad d(x) = AP + PM = \sqrt{x^2+4} + \sqrt{(x-2)^2+1}$$

$$d'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} + \frac{x-2}{\sqrt{(x-2)^2+1}} \qquad d'(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} = -\frac{x-2}{\sqrt{(x-2)^2+1}} \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{x^2}{x^2+4} = \frac{(x-2)^2}{(x-2)^2+1} \quad \Leftrightarrow x^2((x-2)^2+1) = (x-2)^2 x^2 + 4$$

$$3x^2 - 16x + 16 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{16 \pm 8}{6} = \begin{cases} \frac{4}{3} \\ 4 \end{cases}$$

Men det er jo åbenlyst, at det ikke var meningen at opgaven skulle løses på denne måde.
Og det kan gøres langt mere enkelt. Afsætter man M_1 ud af DC, således at $CM_1 = CM$, så vil de to veje $PM_1 = PM$
Så i stedet for at bestemme den kortest vej APM, så bestemme den korteste APM_1, som jo er en ret linie fra A til M_1. Af de ensvinklede trekanter. AM_1D og PM_1C finder man

$$\frac{PC}{AD} = \frac{M_1C}{M_1D} \quad \Leftrightarrow \frac{PC}{2} = \frac{1}{3} \quad \Leftrightarrow \quad PC = \frac{2}{3}.$$ I overensstemmelse at vi fandt $x = \frac{4}{3} = 2 - \frac{2}{3}$

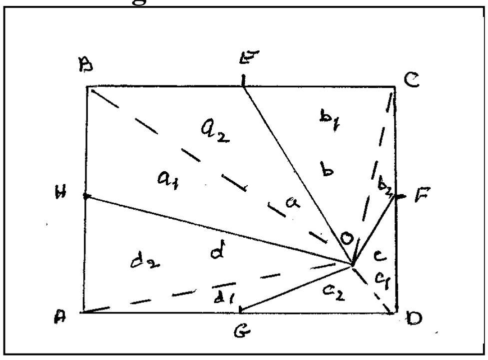
3. **Løsning**

Løsningen er helt enkel: Man skal blot huske på, at arealet af en retvinklet trekant er $\frac{1}{2}h_c c = \frac{1}{2}ab$

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = c^2 + 2h_c c = 24^2 \quad \Leftrightarrow \quad c^2 + 14c - 576 = 0$$

$$d = 196 + 4 \cdot 576 = 2500 \quad c = \frac{-14 \pm 50}{2} = \begin{cases} 18 \\ -32 \end{cases}.$$

4. **Løsning**



Det er klart, at man skal udnytte, at linierne er trukket til midtpunkterne *E, F, G , H* af siderne.

Vi trækker derfor linier fra *O* til *A, B, C, D*.

Herved deles arealet *a* op i a_1 og a_2, arealet *b* op i b_1 og b_2, arealet *c* op i c_1 og c_2, arealet *d* op i d_1 og d_2.

De to trekanter *OBE* og *OEC* har samme højde og samme grundflade, så $a_2 = b_1$. På samme måde får man: $b_2 = c_1$, $c_2 = d_1$ og $d_2 = a_1$. Heraf finder man:

$$a + c = a_1 + a_2 + c_1 + c_2 = d_2 + b_1 + b_2 + d_1 = b + d.$$