Når man laver forsøg med eleverne, har de især i 1g svært ved at forstå, hvorfor måleresultater ”ikke passer præcist”. Rent semantisk foretrækker jeg ordet ”nøjagtig” i stedet for ”præcist”, idet ”upræcist” jo har betydning af ”sløset”.
Usikkerhedsberegning, - hvor man ud fra en vurdering af de absolutte usikkerheder på måleinstrumenter, beregnede den relative usikkerhed på den størrelse, der skulle måles, for derefter at afgøre om afvigelsen var inden for måleusikkerheden - er jo en saga blot. Så der er ikke så mange elever, der længere forstår betydningen af forskellen på: måleusikkerhed, systematiske fejl (f.eks. varmetab eller friktion) og fejlmålinger.
Og selvom man forsøger at forklare det, så møder man stadig begrundelser for afvigelser som: Menneskelige fejl? Apparatfejl, afrundingsfejl eller sågar regnefejl!

I forsøg med opvarmning, hvor man beregner og måler tiden for opvarmning i en el-kedel, er det de systematiske fejl, som eleverne ikke er tilfredse med.

Nedenfor er vist, hvorledes det (måske) er muligt at eliminere de systematiske fejl, så resultaterne kommer til at stemme bedre overens med energibevarelse.

Den hastighed, hvormed et legeme afkøles er givet ved Newtons afkølingslov.

$$\frac{dQ}{dt} = -k(T - T_0) \quad \text{hvor} \quad dQ = dE = c \cdot m \cdot dT$$

Skrevet med sædvanlige betegnelser, hvor T_0 er omgivelsernes temperatur og k er en konstant, der afhænger af de legemer, som indgår. Ligningen løses på sædvanlig vis ved separation.

$$\frac{dT}{T - T_0} = -\frac{k}{mc}dt$$

Hvis begyndelsestemperaturen af legemet er T_1, finder man ved integration.

$$\int_{T_1}^{T} \frac{dT}{T - T_0} = -\frac{k}{mc}\int_0^t dt \quad \Leftrightarrow \quad \ln(T - T_0) - \ln(T_1 - T_0) = -\frac{k}{mc}t \quad \Leftrightarrow$$

$$\ln\frac{T - T_0}{T_1 - T_0} = -\frac{k}{mc}t \quad \Leftrightarrow \quad T = T_0 + (T_1 - T_0)e^{-\frac{k}{mc}t}$$

Temperaturen vil nærme sig asymptotisk til T_0 med en proportionalitetsfaktor som er ($T_1 - T_0$).

Alt dette er velkendt. Men det bliver en lille smule mere indviklet, hvis man betragter opvarmning af vand med en el-koger. Ligningen bliver da:

$$Pdt - k(T - T_0)dt = c \cdot m \cdot dT \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dT}{dt} + \frac{k}{cm}(T - T_0) = \frac{P}{cm}$$

Idet $dT = d(T - T_0)$ er ligningen en 1. ordens lineær differentialligning i T-T_0. Den løses ved at gange igennem med $e^{-\frac{k}{cm}t}$ og anvende produktreglen for differentiation.

$$\frac{d}{dt}e^{-\frac{k}{cm}t}(T-T_0)=\frac{P}{mc}e^{-\frac{k}{cm}t} \quad \text{som integreres direkte til} \quad e^{-\frac{k}{cm}t}(T-T_0)=-\frac{P}{k}e^{-\frac{k}{cm}t}+T_1$$

For $t = 0$ er $T=T_0$ og det følger derfor, at $T_1 = P/k$. Heraf følger løsningen.

$$T=T_0+\frac{P}{k}(1-e^{-\frac{k}{cm}t})$$

Bemærk, at formlen er korrekt når $k << 1$, idet $e^x = 1 + x$ for $x << 1$, så

$$T=T_0+\frac{P}{k}(1-e^{-\frac{k}{cm}t})\approx T_0+\frac{P}{k}(1+\frac{k}{cm}t-1) \;\Rightarrow\; T=T_0+\frac{P}{cm}t \quad \text{eller} \quad Pt=c\cdot m(T-T_0)$$

Til en fysikøvelse kan man indlede med at bestemme k ved en afkøling af vand i en beholder. Punkterne kan indtegnes på enkeltlogaritmisk papir (som jeg foretrækker) eller ved IT-metoder.

Når k først er bestemt, kan man beregne opvarmningstiden til f.eks. 100 ^{0}C ud fra ligningen ovenfor som giver:

$$T=T_0+\frac{P}{k}(1-e^{-\frac{k}{cm}t}) \;\Leftrightarrow\; t=\frac{c\cdot m}{k}\ln\left(\frac{1}{1-\frac{k(T-T_0)}{P}}\right)$$

Ole Witt-Hansen