

I det relativt nye lottospil EuroJackpot, reklameres der for spillet med løftet: Gevinst på hver 20. række. Og hvorfor skulle det ikke passe, når de fleste 3g. elever på mat/fys grenen var i stand til at kontrollere påstanden før 1988, dengang sandsynlighedsregning og kombinatorik udgjorde omkring en femtedel af pensum.

Efter at have spillet 4 rækker i 5 uger, uden gevinst, besluttede jeg mig for at efterprøve påstanden.

Da kombinatorik og grundlæggende sandsynlighedsregning ikke længere er en del af gymnasiets matematikpensum, opridser jeg lige de nødvendige forudsætninger.

Hvis man har et udfaldsrum, som er en mængde med  $n$  elementer (en  $n$ -mængde), så er antallet af forskellige måder, man kan udtage en  $q$ -delmængde givet ved:

$$K(n, q) = \frac{n!}{(n-q)!q!}$$

En hændelse  $H$  defineres som en delmængde af udfaldsrummet  $U$ .

I et symmetrisk sandsynlighedsfelt, hvor alle udfald i  $U$  har samme sandsynlighed, er sandsynligheden for en hændelse  $H$  givet ved:

$$P(H) = \frac{n(H)}{n(U)} = \frac{\text{Antal elementer i } H}{\text{Antal elementer i } U} = \frac{\text{Gunstige}}{\text{Mulige}}$$

### EuroJackpot

En række i EuroJackpot består af 5 felter, der udfyldes med tallene 1...50 og to felter, der udfyldes med tallene 1..8.

1. præmie: 5+2 rigtige. De 5 tal kan vælges på  $K(50,5)$  måder og de 2 tal på  $K(8,2)$  måder. Dette giver i alt  $K(50,5) \cdot K(8,2) = 59.325.280$  mulige udfald. Sandsynligheden for dette er derfor.

$$P(5+2) = \frac{1}{59.325.280} = 1,686 \cdot 10^{-8}$$

2. præmie: 5+1 rigtige: Det rigtige blandt de to, kan vælges på 2 måder. Det andet af de to tal, kan udvælges blandt de 6, som ikke er vindertal.

$$P(5+1) = 2 \cdot 6 \cdot P(5+2) = 12 \cdot P(5+2) = 2,022 \cdot 10^{-7}$$

3. præmie: 5 rigtige. De to tal kan vælges blandt de 6, som ikke er vindertal på  $K(6,2) = 15$  måder.

$$P(5) = 15 \cdot P(5+2) = 2,528 \cdot 10^{-7}$$

4. præmie 4+2 rigtige: De 4 rigtige kan vælges blandt de 5 vindertal på  $K(5,4) = 5$  og det 5'te forkerte tal kan vælges på  $K(45,1) = 45$  måder. I alt  $5 \cdot 45 = 225$  måder.

$$P(4+2) = 225 \cdot P(5+2) = 3,793 \cdot 10^{-6}$$

5. præmie: 4+1 rigtige: Mulige:  $K(5,4) \cdot K(45,1) \cdot 2 \cdot 6 = 2700$

$$P(4+1) = 2700 \cdot P(5+2) = 4.552 \cdot 10^{-5}$$

6. præmie: 4 rigtige: Mulige:  $K(5,4) \cdot K(45,1) \cdot K(6,2) = 3375$ .

$$P(4) = 3375 \cdot P(5+2) = 5,689 \cdot 10^{-5}$$

7. præmie: 3+2 rigtige: Mulige:  $K(5,3) \cdot K(45,2) = 9900$ .

$$P(3+2) = 9900 \cdot P(5+2) = 1,688 \cdot 10^{-4}$$

8. præmie: 3+1 rigtige:  $K(5,3) \cdot K(45,2) \cdot 2 \cdot 6 = 118.800$

$$P(3+1) = 118.800 \cdot P(5+2) = 2,003 \cdot 10^{-3}$$

9. præmie: 2+2 rigtige:  $K(5,2) \cdot K(45,3) = 141.900$ .

$$P(2+2) = 141.900 \cdot P(5+2) = 2,392 \cdot 10^{-3}$$

10. præmie: 3 rigtige:  $K(5,3) \cdot K(45,2) \cdot K(6,2) = 148.500$ .

$$P(3) = 148.500 \cdot P(5+2) = 2,503 \cdot 10^{-3}$$

11. præmie: præmie: 1+2 rigtige:  $K(5,1) \cdot K(45,4) = 744.975$ .

$$P(1+2) = 744.975 \cdot P(5+2) = 1,256 \cdot 10^{-2}$$

12. præmie: 2+1 rigtige:  $K(5,2) \cdot K(45,3) \cdot 6 \cdot 2 = 1.702.800$ .

$$P(2+1) = 1.702.800 \cdot P(5+2) = 0,02871$$

Hvis man skal udregne chancen for gevinst, kan man selvfølgelig addere samtlige sandsynligheder, men det er lettere at addere summen af alle elementerne i de disjunkte hændelser, hvilket giver 2.873.203. Ganger man dette med  $P(5+2)$  får man  $P(\text{gevinst}) = 0,04843$ .

Da dette er meget tæt på 5%, kan man godt antage, at der i gennemsnit er gevinst på hver 20. række.

Man kan få et skøn over middelgevinsten ved at sætte 1. præmie til 63.000.000 og anvende de præmier, der foreligger ved en trækning. En række koster 15 kr. G står for gevinst.

$$E(X) = G(5+2)P(5+2) + G(5+1)P(5+1) + \dots + G(2+1)P(2+1) = 4,20 \text{ kr.}$$

Middelgevinsten er derfor (skønnet)  $4,20 - 15 \text{ kr.} = -13,42 \text{ kr.}$

### Lotto

I almindelig lotto udtrækkes 7 tal ud af 36, samt et tillægstal.

Der er  $K(36,7) = 8.347.680$  muligheder.

$$1. \text{ præmie: } 7 \text{ rigtige: } P(7) = \frac{1}{K(36,7)} = 1,1979 \cdot 10^{-7}$$

2. præmie 6 rigtige plus tillægstallet: De 6 rigtige kan vælges blandt 7 på  $K(7,6) = 7$  måder  

$$P(6+1) = 7 \cdot P(7) = 8,385 \cdot 10^{-7}$$

3. præmie: 6 rigtige. De 6 rigtige kan udvælges blandt 7 på  $K(7,6)$  måder og det sidste tal kan vælges blandt  $36-7-1 = 28$  måder. I alt  $K(7,6) \cdot 28 = 196$  måder.

$$P(6) = 196 \cdot P(7) = 2,358 \cdot 10^{-5}$$

4. præmie: 5 rigtige: De 5 rigtige kan udvælges på  $K(7,5)$  måder og de to sidste tal kan udvælges blandt  $36-7 = 29$  tal på  $K(29,2)$  måder. I alt  $K(7,5) \cdot K(29,2) = 8526$  måder

$$P(5) = 8526 \cdot P(7) = 1,021 \cdot 10^{-3}$$

5. præmie: 4 rigtige:  $K(7,4) \cdot K(29,3) = 127.890$

$$P(4) = 127.890 \cdot P(7) = 0,01532 = 1,53\%$$

Det samlede antal muligheder for gevinst er 136.620. Dette giver en gevinstchance på

$$P(\text{gevinst}) = 136.620 \cdot P(7) = 0,01637 = 1,64\%$$

Umiddelbart ser det ud til at gevinstmulighederne er større i EuroJackpot end i Lotto, men én lottorække koster 4 kr. mens en EuroJackpotrække koster 15 kr. og  $15/4 \cdot 1,64\% = 6,15\% > 4,8\%$

Et komplet lærebogssystem i matematik incl. sandsynlighedsregning, et hefte om optimale strategier ved spil, samt mange andre undervisningsmaterialer, jeg har lavet til gymnasial undervisning i fysik og matematik kan findes på min hjemmeside: [www.olewitthansen.dk](http://www.olewitthansen.dk)

Ole Witt-Hansen

Lektor emeritus.