Vektorer i fysik

Indhold

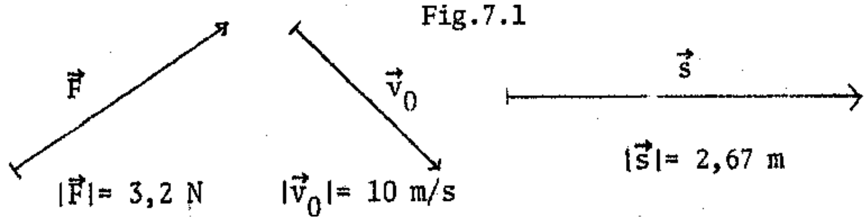
Ole Witt-Hansen 1975 (2015)

7. Vektorer og skalarer

Nogle fysiske størrelser er fuldstændig fastlagt, når de er angivet ved en talværdi og en enhed. Dette gælder f.eks. masse, længde, areal, fart og massefylde. Sådanne fysiske størrelser kaldes for skalarer.
Andre fysiske størrelser, det gælder f.eks. forskydning, hastighed, acceleration og kraft, har foruden en talværdi og en enhed også retning. Sådanne fysiske størrelser kaldes for vektorer.

En vektor illustreres med en geometrisk pil, således at længden af pilen angiver talværdien for den fysiske størrelse, og pilens orientering angiver retningen.
Fysiske størrelser, der er vektorer repræsenteres med et enkelt bogstav, forsynes med en lille pil ovenover.
Længden af vektoren $\vec{a}$ *skrives* $|\vec{a}|$. I Fysikken, skriver man dog oftest blot a i stedet for $|\vec{a}|$.
($a = |\vec{a}|$). Nedenfor er dette illustreret med nogle eksempler
Hastigheden er en vektor. Størrelsen af hastigheden lig med længden af hastighedsvektoren kaldes for farten.

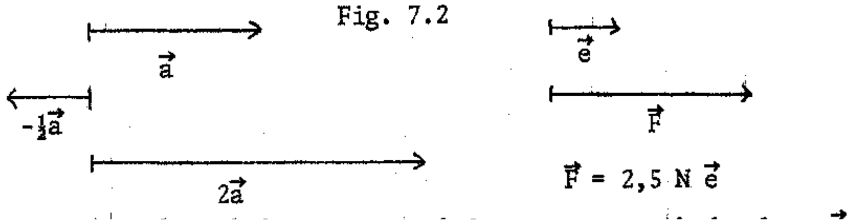
Fig.7.1



En vektor kan multipliceres med et tal. Hvis $\vec{a}$ er vektoren $2\vec{a}$ den vektor, som har samme retning som $\vec{a}$, men med den dobbelte længe. Tilsvarende er $-\frac{1}{2}\vec{a}$ en vektor, der er modsat rettet $\vec{a}$, og som er halvt så lang. I vektorregningen indføres der også en nulvektor. Det er en vektor som har længden 0, og som ikke tilskrives nogen retning. Nulvektoren skrives $\vec{0}$.

Endelig indfører man en såkaldt enhedsvektor. En enhedsvektor har længden 1 (uden enhed).
Den tjener kun til at angive en retning, f.eks. retningen af en fysisk vektor.
Enhedsvektorer symboliseres normalt ved bogstaverne: $\vec{e}$, $\vec{i}$, $\vec{j}$ *og* $\vec{k}$.
Nedenfor er illustreret nogle eksempler på multiplikation af en vektor med et tal, samt et eksempel på anvendelse af en enhedsvektor.

Fig. 7.2



Enhver vektor kan skrives som et tal gange en enhedsvektor $\vec{e}$, som er parallel med vektoren.
Man skriver $\vec{a} = a \cdot \vec{e}$. Hvor a omtales som koordinaten til $\vec{a}$.

8. Summen af to vektorer

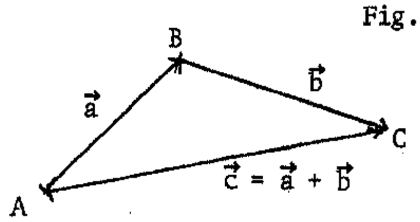
Lad os betragte en bevægelse fra et punkt *A* til et punkt *B*. Den forskydning, som en partikel herved får, kan beskrives ved forskydningsvektoren $\overrightarrow{AB}$. Denne vektor kalder vi så for $\vec{a}$, således at $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$. Fortsætter bevægelsen videre til et punkt *C*, kan denne sidste bevægelse beskrives ved forskydningsvektoren $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$. Resultatet af de to forskydninger kan da beskrives ved forskydningsvektoren $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$.

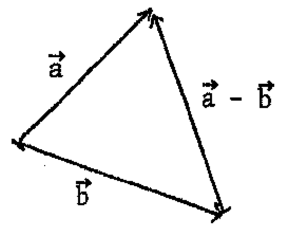
<u>Vektoren $\vec{c}$ kaldes for vektorsummen eller sumvektoren af vektorerne</u> $\vec{a}$ *og* $\vec{b}$. Man skriver dette:

(8.2)	$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$	eller	$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

I fysikken anvender man ofte ordet <u>resultant</u> i stedet for sumvektor.
Det skal understreges, at sumvektorens længde i almindelighed <u>ikke</u> er lig med summen af de to vektores længder. Dette vil kun gælde, hvis *A, B* og *C* ligger på en ret linie med *B* beliggende mellem *A* og *C*.

Fig. 8.1





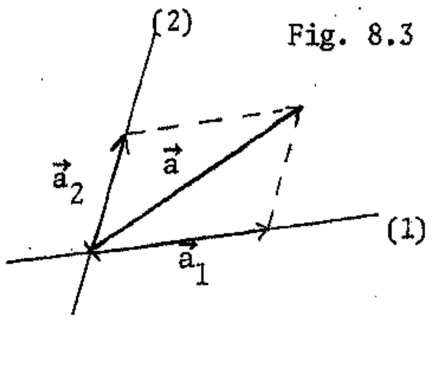
<u>For to vilkårlige vektorer definerer man differensvektoren af $\vec{a}$ og $\vec{b}$ som den vektor $\vec{a} - \vec{b}$, som adderet til $\vec{b}$ giver $\vec{a}$</u>. Differensvektoren $\vec{a} - \vec{b}$ læses som $\vec{a}$ minus $\vec{b}$.
For to vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$, kan $\vec{a} - \vec{b}$ bestemmes ved at afsætte $\vec{a}$ og $\vec{b}$ ud fra samme punkt, som vist på figuren ovenfor. $\vec{a} - \vec{b}$ er da vektoren fra $\vec{b}$'s endepunkt til $\vec{a}$'s endepunkt. På denne måde er $\vec{a}$ nemlig sumvektoren af $\vec{b}$ og $\vec{a} - \vec{b}$.

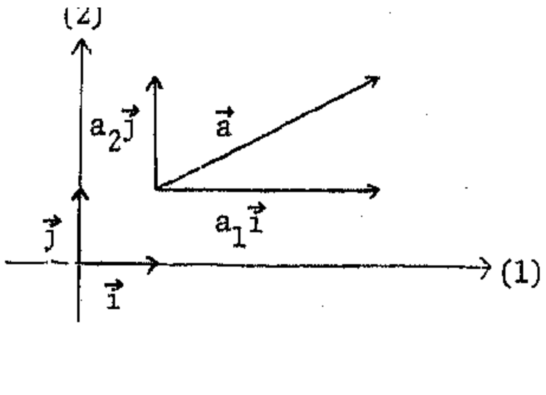
For to vilkårlige, ikke parallelle retninger, kan enhver vektor $\vec{a}$ skrives som summen af en vektor $\vec{a}_1$ parallel med den ene retning og en vektor $\vec{a}_2$ parallel med den anden retning. $\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2$. Kaldes for opløsningen af $\vec{a}$ efter retningerne (1) og (2). Se figuren nedenfor.
Ofte er det to retninger ortogonale, og repræsenteres da af de to enhedsvektorer $\vec{i}$ *og* $\vec{j}$. Enhver vektor kan da skrives:

$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 = a_1\vec{i} + a_2\vec{j}$$

Talparret (a_1, a_2) kaldes for vektor $\vec{a}$'s koordinater med hensyn til basisvektorerne $\vec{i}$ *og* $\vec{j}$.

Fig. 8.3

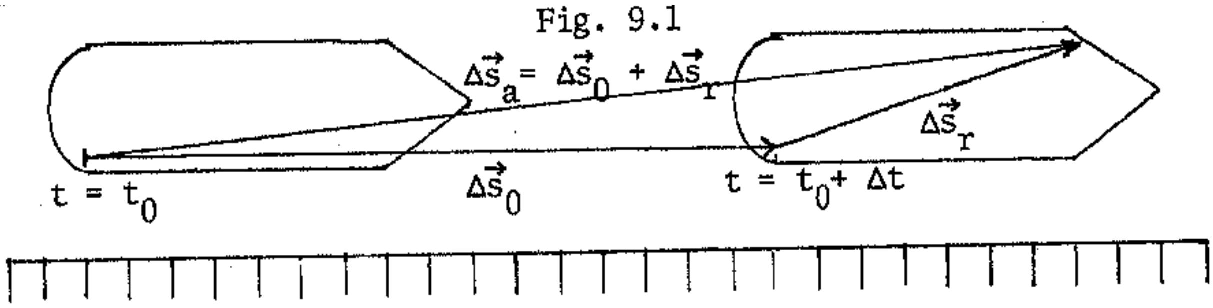




9.Vektoraddition af hastigheder

Når man udtrykker, at en fysisk størrelse er en vektor, betyder det ikke kun at størrelsen har en retning, men især at resultanten (= sumvektoren) af to fysiske størrelser følger reglerne for vektoraddition.
At dette faktisk er tilfældet, vil vi nu godtgøre ved et eksempel.
Vi forestiller os et skib, der sejler med konstant hastighed $\vec{v}_0$ langs med kysten. En sømand spadserer fra agter til stævn. Set fra en observatør på skibet, bevæger sømanden med den konstante hastighed $\vec{v}_r$. Vi vil da bestemme sømandens hastighed i forhold til en observatør på stranden.

Fig. 9.1



I løbet af tidsrummet Δt, har skibet bevæget sig stykket $\Delta\vec{s}_0$ i forhold til stranden. I samme tidsrum har sømanden bevæget sig stykket $\Delta\vec{s}_r$ i forhold til skibet. I forhold til stranden har sømanden bevæget sig stykket $\Delta\vec{s}_a$. Af figuren fremgår nu, at der gælder vektorrelationen: $\Delta\vec{s}_a = \Delta\vec{s}_0 + \Delta\vec{s}_r$
Ved division med Δt, finder man:

$$\frac{\Delta\vec{s}_a}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{s}_0}{\Delta t} + \frac{\Delta\vec{s}_r}{\Delta t} \qquad \Leftrightarrow \qquad \vec{v}_a = \vec{v}_0 + \vec{v}_r$$

I forhold til stranden, bevæger sømanden sig med en hastighed, der er vektorsummen af skibets hastighed i forhold til stranden og sømandens hastighed i forhold til skibet. Hastigheder adderer som vektorer.