Varmeproduktion for en voksen person

Formålet med projektet er eksperimentelt at bestemme den (varme) effekt, som en stillesiddende voksen person producerer.

Materiel: Flamingokasse, 60 W og 80 W (100W) pærer, digital-termometer, Pasco-dataopsamlingsudstyr, fugtighedsmåler, forsøgsperson.

Teori: Det bemærkes, at teorien nedenfor kun er medtaget for at begrunde de anvendte formler. Det er ikke meningen, at teorien skal kunne forstås på nuværende tidspunkt. Det er derfor ikke meningen, at teorien skal medtages i en projektrapport. Medtages skal kun de anvendte formler og forklaring på de indgåede størrelser.

C betegner varmekapaciteten af alt ikke levende i kassen. (En person holder jo en konstant temperatur.) Når man i det følgende skriver "kassen" menes "kassen med indhold".

Tilvæksten i kassens energi, svarende til temperaturtilvæksten $T - T_0$ er :

$$\Delta E = C(T-T_0) = C\Delta T.$$

Produceres der en varme q gælder der $q = \Delta E$. og dermed: $\frac{dq}{dt} = C\frac{d\Delta T}{dt}$

Varmeproduktionens effekt i kassen betegnes P.

Den effekt (varme pr. sekund), som afgives til omgivelserne som varmeledning er $P_{tab} = k\,(T-T_0) = k\,\Delta T$, hvor T_0 er omgivelsernes temperatur, og k [W/K] er systemets k-værdi. Vi kan derfor opstille ligningen:

$$\frac{dq}{dt} = C\frac{d\Delta T}{dt} = P - k\Delta T$$

Denne differentialligning kan løses, når vi antager at $\Delta T = 0$ for $t = 0$ til at give:

$$\Delta T = \frac{P}{k}(1 - e^{-\frac{k}{C}\cdot t})$$ Det ses, at temperaturstigningen slutter med at blive $\Delta T = \frac{P}{k}$

Udfører man forsøget med en kendt varmekilde, f.eks. en 60W pære, og måler temperaturstigningen, kan man bestemme k-værdien. Denne k-værdi, kan så anvendes til at bestemme effekten af en ukendt, varmekilde, idet man måler temperaturstigningen, når der er opnået ligevægt (temperaturen i kassen er konstant).

Man behøver strengt taget ikke at vente til der er opnået ligevægt, da temperaturstigningen til ethvert tidspunkt er proportional med effekten P, og under den forudsætning at varmekapaciteten af kassen er den samme i de to forsøg!

Det kan man ikke regne med er tilfældet, når der er tale om en 60W pære og en person. Selv om personen har en konstant temperatur, vil personen optage et rumfang luft $V_{person} = m_{person}/\rho_{person}$, der ellers giver et bidrag til luftens varmekapacitet. Dette vil vi nu se bort fra.

Ligeledes vil vi antage, at vi har nået ligevægtstemperaturen $\Delta T = \frac{P}{k}$,

så k kan beregnes af: $k = \frac{P}{\Delta T}$.

Dette sidste er i almindelighed ikke opfyldt, men korrektionerne for dette er for "tekniske".
Et andet problem er, at det vil være nødvendigt med ventilation, hvis en person befinder i kassen i flere minutter.
Det tredje problem er nok det alvorligste, nemlig at personen i kassen vil svede og dermed, at der bruges varme til at fordampe vand. Vand har en meget stor fordampningsvarme, så dette kan man i almindelighed ikke se bort fra.
Man kan opnå et overblik over effekten af vandfordampningen ved at måle luftfugtigheden i kassen før og efter forsøgspersonen har siddet derinde.
Luftfugtighed måles i procent af fuldstændig mætning. At luften er mættet med vanddamp betyder, at der hele tiden fortættes lige så meget, som der fordampes.

For at omregne luftfugtigheden til massen af den fordampede luft, skal man anvende tilstandsligningen for ideale gasser, samt kende mættede dampes tryk ved de målte temperaturer.
Ved opslag i databogen finder man: $P_{mættet}(20^0) = 2{,}34\ kPa$ og $P_{mættet}(35^0) = 5{,}63$ kPa. Og i øvrigt ved alle mellemliggende temperaturer.
Idet P: tryk, V: rumfang, n: antal mol, M: molmasse, T: Kelvintemperaturen. R=0,0821 l atm/mol K = 8,31 J/mol K er gaskonstanten, m: massen, kan tilstandsligningen skrives:

$$PV = nRT = \frac{m}{M}RT\ .$$

Det er ud fra denne ligning muligt at beregne massen af vanddamp i kassen, når man kender luftfugtigheden, som en brøkdel af dens maksimale værdi. Luftfugtigheden ved 35^0 C betegnes L_{35}. Trykket beregnes som: $P_{vanddamp} = L_{35}P_{mættet}(35^0)$. Vi isolerer da m i tilstandsligningen:

$$m_{vanddamp} = \frac{L_t P_{mættet}(t) M_{vand} V_{kasse}}{RT}$$

Indsætter man de målte værdier for luftfugtigheden ved temperaturerne $t_{før}$ og $t_{efter,}$ kan man bestemme den mængde vand Δm, som er fordampet.

$$\Delta m_{vanddamp} = \frac{V_{kasse} M_{vand}}{R}\left(\frac{L_{efter} P_{mættet}(t_{efter})}{T_{efter}} - \frac{L_{før} P_{mættet}(t_{før})}{T_{før}}\right)$$

Vands fordampningsvarme er meget høj: $L_{vand} = 2{,}26$ MJ/kg. Den energi, der er anvendt til fordampe vandet kan så beregnes som: $\Delta E_{vanddamp} = \Delta m_{vanddamp} L_{vand}$.
Selv om man kan bestemme massen af det fordampede vand, er det ikke helt uproblematisk at inkludere det i beregningen af personens effekt – med mindre man venter til der er opnået ligevægt (temperaturen i kassen stiger ikke mere). I dette tilfælde, vil der nemlig for en f.eks. 60W pære gælde: $P_{60W} = k\Delta T$, hvoraf k kan beregnes når ΔT måles. Når Δt er tiden forsøget varer, vil der for en person derimod gælde:

$$P_{person}\Delta t = k\Delta T\Delta t + \Delta m_{vanddamp}L_{vand}$$

hvor $k = \frac{1}{2}\left(\frac{P_1}{\Delta T_1} + \frac{P_2}{\Delta T_2}\right)$ er beregnet som gennemsnittet af målingerne for to pærer.

Ved division med Δt (tiden for forsøgets udførelse), får man til slut den ønskede ligning til bestemmelse af $P_{person.}$

$$P_{person} = k\Delta T + \frac{\Delta m_{vanddamp} \ L_{vand}}{\Delta t}$$