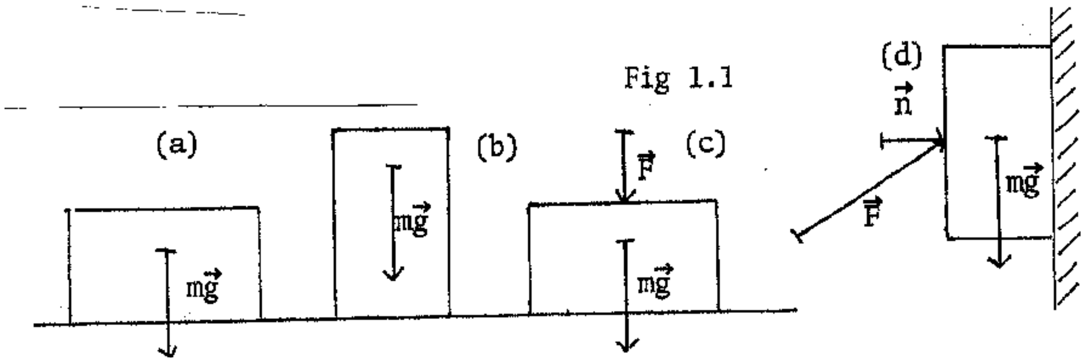
Tryk. Tryk i væsker. Arkimedes lov

Indhold

Ole Witt-Hansen 1975 (2015)

1. Definition af tryk



Ovenstående figurer viser nogle tilfælde, hvor en plan klods er anbragt mod en flade.
På figur (a) er klodsen anbragt på et bord. Klodsen er påvirket af tyngdekraften $\vec{F}_T = m\vec{g}$, samt reaktionskraften lig med normalkraften (dvs. vinkelret på fladen) $\vec{F}_N$ fra bordet.
På figur (b) er klodsen stillet på højkant, så berøringsfladen er mindre.
Normalkraften er stadig den samme $\vec{F}_N = m\vec{g}$, men kraften pr. arealenhed er større. Man udtrykker dette ved at de to klodser udøver forskelligt tryk på bordet.

Man definerer nu trykket på fladen som normalkraften pr. arealenhed.

Tryk betegnes enten med p eller P. Trykket er en skalar, så vi dropper vektorstregerne.
Hvis normalkraften er F_N og arealet af berøringsfladen betegnes A, så defineres trykket:

(1.2)	$p = \frac{F_N}{A}$	(Definitionsligning for tryk)

Af definitionsligningen ses, at SI enheden for tryk er Newton pr. kvadratmeter (N/m^2). Denne enhed kaldes også for *Pascal* (Forkortes *Pa*).

På figur (c) er klodsen påvirket af tyngden plus en yderligere kraft F. Normalkraften bliver i dette tilfælde $F_N = mg + F$, og trykket på bordet er: $p = \frac{mg + F}{A}$
På figur (d) har tyngden ingen komposant vinkelret på berøringsfladen, og giver derfor intet bidrag til trykket på den lodrette flade. Klodsen holdes fast af en kraft $\vec{F}$, der danner en vinkel α med enhedsnormalen (enhedsvektor vinkelret på fladen) $\vec{n}$. , $|\vec{n}| = 1$.
Normalkraften er i dette tilfælde: $F_N = \vec{F} \cdot \vec{n} = |\vec{F}||\vec{n}|\cos\alpha$ og trykket mod den lodrette flade er

$$p = \frac{\vec{F} \cdot \vec{n}}{A},$$

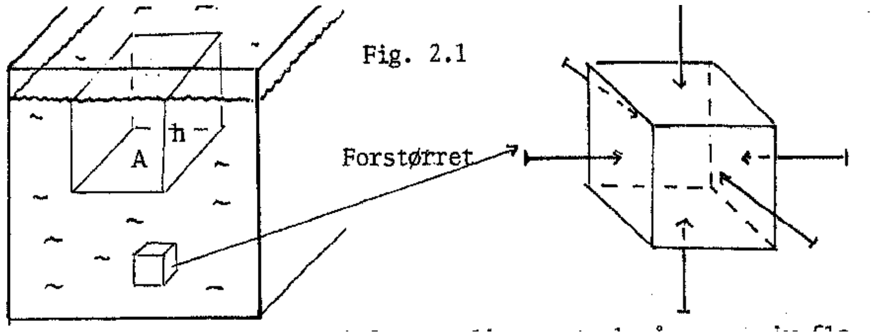
hvor A som før er berøringsfladens areal.

1.3 Eksempel
Et cylinderformet lod har massen 2,0 *kg* og radius i bundfladen 2,0 *cm*.
a) Beregn det tryk, som loddet udøver, når det anbringes på et vandret bord.

Løsning
Bundfladens areal: $A = \pi \cdot r^2 = \pi(4{,}0\ 10^{-2}\ \mathrm{m})^2 = 5{,}02\ 10^{-3}\ m^2$.
Normalkraften: $F_N = 2{,}0\ kg\ 9{,}82\ m/s^2 = 19{,}6\ N$.

Heraf bestemmes trykket: $p = \dfrac{F_N}{A} = \dfrac{19{,}6\,N}{5{,}02\,10^{-3}\ m^2} = 3{,}92\,10^3\ N/m^2$

2. Tryk i væsker



de, som normalkraften

I en væske er trykket det samme i alle retninger i en bestemt dybde.

Betragter vi nemlig et lille terningformet væskevolumen, som vist på figuren, og hvis tyngde vi kan se bort fra, og som er i hvile, må kraften og dermed trykket være det samme på modstående sider. Ellers ville væskevoluminet flytte sig i den største krafts retning. Trykket på to hosliggende sider må også være den samme, da væskevoluminet ellers ville deformeres (trykkes skævt).

Idet trykket er det samme i alle retninger, taler man om trykket i en bestemt dybde.

Vi søger nu at beregne trykket i væsken p_h i dybden h.
Væskens massefylde er ρ, og trykket ved væskens overflade er lig med atmosfæretrykket p_0.

Vi betragter nu et kasseformet væskerumfang, der har den ene flade sammenfaldende med overfladen af væsken. Se figur. Arealet af denne flade og bundfladen er A og højden (dybden) af kassen er h. Kassens rumfang er $V = A \cdot h$

Vi anvender nu definitionsligningen for tryk: $p = \dfrac{F_N}{A} \iff F_N = pA$.
Kraften på kassens overflade er trykket gange arealet: $F_0 = p_0 A$.
Massen af væsken i kassen: $m_v = \rho \cdot V = \rho \cdot A \cdot h$
Tyngden af væsken i kassen er derfor: $F_T = m_v g = \rho \cdot A \cdot h \cdot g$.

Normalkraften på bundfladen af kassen må være lig med normalkraften på denne flade, som er kraften på overfladen plus tyngden af væsken i kassen.

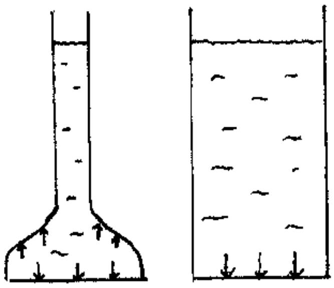
$$F_N = F_T + F_0 = \rho \cdot A \cdot h \cdot g + p_0 \cdot A$$

Idet $p = \dfrac{F_N}{A}$ finder vi trykket i dybden h, ved at indsætte F_N og dividere med A. Heraf fås:

(2.2)	$p_h = p_0 + \rho gh$	(Trykket i dybden h af en væske)

Det bemærkes, at trykket ifølge formlen kun afhænger af dybden, men ikke af væskebeholderens udformning eller hvor meget væske, der er i beholderen.

2.3 Eksempel



De to viste kar har den samme grundflade, men forskelligt rumfang. Fyldes de to kar nu op med væske til samme højde er trykket på bundfladen ifølge formlen for tryk i væsker den samme.
Da bundfladerne har det samme areal, er de to bundflader også påvirket af den samme kraft. Kan det nu være rigtigt?
Man kunne f.eks. undersøge påstanden ved at anbringe de to kar på en vægt, og argumentationen synes da at pege på, at vægten skulle vise det samme, hvilket den naturligvis ikke gør.
Så hvad er der galt med ræsonnementet?
Løsning: Det er ikke kraften på bundfladen, men den resulterende kraft på legemet, man bestemmer med en vægt.
På figuren til venstre, påvirker trykkræfterne også beholderen med en opad rettet kraft, som skal trækkes fra trykkraften mod bundfladen.
Men det er korrekt, at de to beholdere har samme tryk på bundfladen.

3. Enheder for tryk

Som omtalt er SI enheden for tryk *Pascal* (*Pa*), som er lig med Newton pr. kvadratmeter (N/m^2).
Især i forbindelse med gasser (lufttryk), findes der flere andre enheder for tryk, der har sin oprindelse i, hvorledes man tidligere målte trykket af atmosfæren.

3.1 Definition: Ved trykket 1 *atmosfære* (1 *atm*), forstår man trykket af en 760 *mm* høj kviksølvsøjle. For at omregne til SI enheder, anvender vi formlen for trykket i dybden h af en væske med massefylde ρ.

$$P(760\ mm\ Hg) = \rho_{Hg}gh = 13{,}6\ 10^3\ kg/m^3 \cdot 9{,}82\ m/s^2 \cdot 0{,}760\ m = 1{,}013\ 10^5\ Pa$$

(3.2) $\quad 1\ atm = 760\ mm\ Hg = 1{,}013\ 10^5\ Pa$

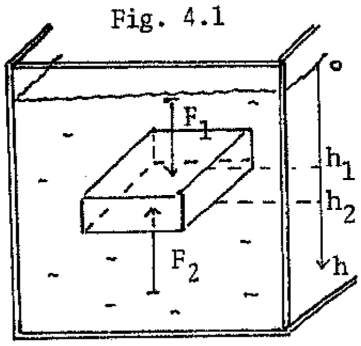
$$1\ mm\ Hg = \frac{1}{760}\ atm = 133{,}3\ Pa$$

(3.3) $\quad 1\ Bar = 1\ b = 10^5\ Pa. \qquad 1\ mb\ (1\ milibar) = 10^2\ Pa$

(3.4) $\quad 1\ at$ (trykket af 1 kg på 1 cm^2) $= 1\ kp/cm^2 = 9{,}80665\ N/10^{-4}\ m^2 = 9{,}80665\ 10^4\ Pa$

Som det fremgår, er enhederne 1 *atm*, 1 *Bar* og 1 *at* næsten ens, hvilket ikke gør det lettere.
Tidligere angav man lufttrykket i *mb,* og endnu tidligere i *atm*.
Nu angiver oftest lufttrykket i *hPa* (*hektoPascal = 100 Pa*) , som er det samme som 1 *mb*.
Enheden 1 *at*, har mest været anvendt af ingeniører.
Ved trykket i bildæk anvendes enheden *psi* (*pounds per square inch*). 1 *psi* =6,895 10^3 *Pa*.
Ikke så sjældent ser man tryk angivet som kg/m^2, men da dette ikke er en enhed for tryk, menes formodentlig. kp/m^2.

4. Arkimedes lov



Figuren forestiller et kasseformet legeme, der er nedsænket i en væske med massefylde ρ.
Trykket på overfladen er og på bundfladen af kassen, kan bestemmes ud fra (2.2): $p_h = p_0 + \rho gh$.
Den øverste flade, befinder sig i dybden h_1, og bundfladen befinder sig i dybden h_2. Man finder heraf trykket på de to flader.

$$p_1 = p_0 + \rho gh_1 \quad \text{og} \quad p_2 = p_0 + \rho gh_2$$

De kræfter, der virker på de to flader, findes ved at gange med fladernes fælles areal A: $F_1 = p_1 A$ og $F_2 = p_2 A$.

Forskellen på kræfterne på underside og overside, kaldes for opdriften og betegnes F_{op}.
Vi udregner da F_{op}.

(4.2) $F_{op} = F_2 - F_1 = (p_0 + \rho gh_2)A - (p_0 + \rho gh_1)A = \rho g(h_2 - h_1)A$

Kassens rumfang er højde x grundflade: $V = (h_2 - h_1)A$. Massen af den væske, der kan være i kassen er $m_v = \rho V$. Vi kan derefter udtrykke opdriften:

(4.3) $F_{op} = \rho g(h_2 - h_1)A = \rho gV = m_v g \quad \Leftrightarrow \quad F_{op} = m_v g$

(4.3) udtrykker Arkimedes lov:

Et legeme, der er nedsænket i en væske er påvirket af en opdrift, som er lig med tyngden af den fortrængte væskemængden.

For bedre at forstå årsagen til opdriften, har vi detaljeret udledt Arkimedes lov, ud fra formlen for trykket i dybden af en væske. Men Arkimedes lov kan indses ved følgende ræsonnement, der ikke kun gælder for et kasseformet legeme, men for en vilkårlig udformning af det nedsænkede legeme.

Afgrænser man nemlig et væskerumfang, som svarer til formen det nedsænkede legeme, er dette væskerumfang påvirket af tyngdekraften og trykkræfterne fra væsken. Da det er i hvile må trykkræfternes opdrift præcis modsvare tyngden af væsken $m_v g$.
Erstattes væskerumfanget nu af et virkeligt legeme med den samme form, vil trykkræfternes opdrift være den samme, fordi trykket i en væske kun afhænger af dybden og er uafhængigt af beholderens udformning. Altså kan vi slutte, at der gælder Arkimedes lov:

Ethvert legeme, der er nedsænket i en væske, er påvirket af en opdrift, som er lig med tyngden af den væskemængde, det fortrænger.

4.4 Opgaver

1. Angiv den kraft, hvormed atmosfærens tryk påvirker sædet på en stol, der måler 40 x 40 cm^2.
Er det mere eller mindre en tyngden af en elefant på 2,5 ton? Hvorfor braser stolen så ikke sammen?

2. Hvor stort er trykket i Filippinergraven .(dybde 10, 5 *km*)? Udtryk resultatet i *atm*.

3. Følgende spørgsmål skal (uden tøven) besvares ved ja eller nej.
Opdriften på et legeme afhænger af:

a) Dybden legemet befinder sig i.
b) Massefylden for det nedsænkede legeme.
c) Om det er rundt eller firkantet, men ellers samme rumfang.
d) Massefylden af væsken, som legemet er nedsænket i.
e) Rumfanget af det nedsænkede legeme
f) Trykket på væskens overflade (atmosfæretrykket)

4. Med en hammer påvirkes hovedet af et søm med en kraft på 400 *N*.
Sømhovedet har en diameter 8,0 *mm*, og spidsen har en diameter på 0,5 *mm.*
Beregn trykket på sømhovedet, og på stedet, hvor sømmet trænger ind.