Newtons love

Indhold

Ole Witt-Hansen Elementær Fysik 1 1975 (2015)

1. Kraft

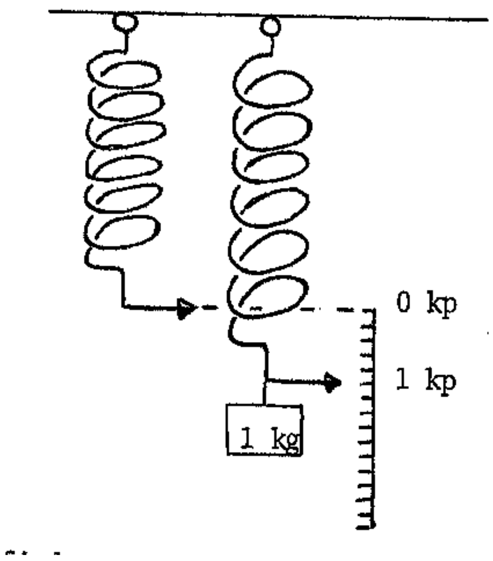
Når et legeme er accelereret, vil man i fysikken altid finde, at der er en årsag til dette.
Årsagerne til de accelererede bevægelser, kaldte Newton for kræfter.
Når et æble falder til jorden, er årsagen, at det bliver påvirket af en kraft, nemlig jordens massetiltrækning. Når jorden og de andre planeter bevæger sig i baner rundt om solen, er årsagen, at de bliver påvirket af en kraft fra solen.

Hvis man accelererer et legeme, f.eks. en vogn på hjul, kræver det en kraft. Hvis vognen er letløbende, kræver det derimod ingen kraft, at holde den i gang med konstant hastighed.
På jorden vil, der dog altid være en vis gnidningskraft, som skal overvindes.
Skal vognen svinge, kræver det derimod en kraft, også selv om farten holdes konstant.
Gnidningskraften, som bremser vognen, kommer fra friktionen i hjul og lejer.

2. Fjedervægt som kraftmåler

Kræfter kan måles på en fjedervægt, som vist på figuren, idet fjederens forlængelse eller sammentrykning er proportional med den kraft som fjederen er påvirket af.

Fig. 2.1



Fjedervægten kan justeres ved hjælp af masselodder.

Den tyngdekraft, der virker på 1 *kg*, kaldes for 1 kilopond og skrives 1 *kp*.
1 *pond* er da tyngden af 1 gram. Tyngdekraften på 2 *kg* er da 2 *kp*, og sådan fremdeles.

Fjedervægten justeres da ved, at hænge lodder på. Ud fra viserens position, når der ikke er hængt lodder på, skrives 0 k*p*. Når man hænger et kilogram lod på, indstiller viseren sig et sted, hvor man skriver 1 *kp*. Belastes fjedervægten med 2 *kg*, indstiller viseren sig i den dobbelte afstand fra nulpunktet som1 *kp* mærket.

Der er således proportionalitet mellem kraftpåvirkningen fra lodderne og fjederforlængelsen.
Dette kaldes for Hookes lov.

På grund af denne proportionalitet, kan man foretage en ækvidistant (dvs. med lige stor afstand) inddeling af skalaen, svarende til 3 *kp*, 4*kp*, osv. så langt proportionaliteten holder.
Hver kilopond enhed, kan så videredeles i 10 lige store stykker, svarende til 0,1 *kp*. Eventuelt foretages en endnu finere inddeling.
Når fjedervægten anvendes som kraftmåler, kaldes den for et dynamometer.

Denne ret omstændelige beskrivelse er gjort for at vise, hvorledes man kan foretage en præcisering af hverdagsbegrebet kraft til en målelig fysisk størrelse.

Det bør understreges, at fjedervægten faktisk er en kraftmåler.
Skal man bestemme den kraft, der skal til at accelerere en vogn, kan man indsættes kraftmåleren som mellemled, hvorefter kraften direkte kan aflæses.

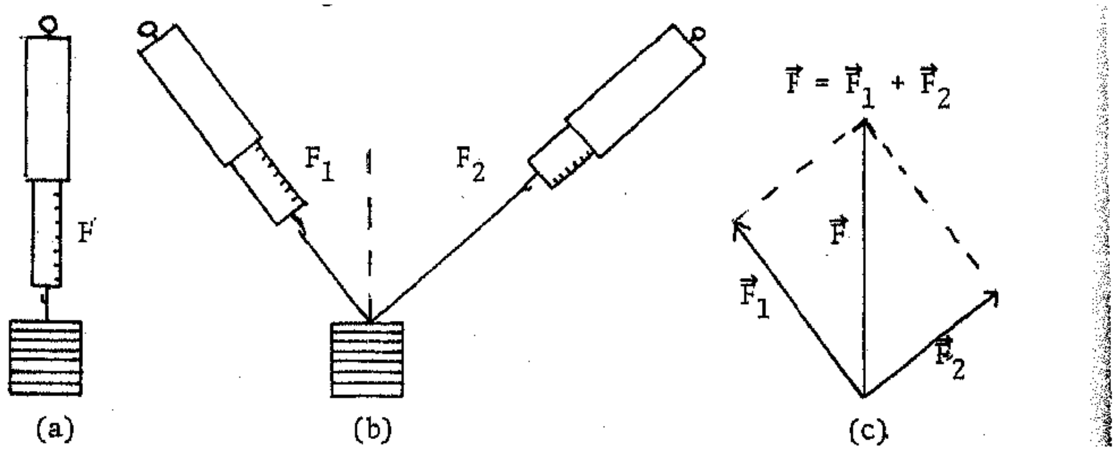
Nu om dage anvender man elektroniske kraftmålere, men de er mindre velegnede til at illustrere og forstå kraftbegrebet.

Fjedervægten, der er justeret efter tyngdekraften på jorden er imidlertid ikke universel. Medbringes fjedervægten til månen og belastes den med et kilogram, så vil den kun vise ca. 0,16 *kp*, svarende til at tyngdekraften på månen kun er 1/6 af, hvad den er på jorden.

Massen af loddet er dog uforandret ét kilogram. Fjedervægten er en *kraftmåler*, men den kan kun anvendes som massemåler, hvis den anvendes, der hvor man har foretaget inddelingen. Enheden kilopond anvendes stort set ikke mere, men vi skal senere vise, hvorledes man omregner fra enheden *kp* (kilopond) til SI enheden *N* (Newton).

3. Kræfter er vektorer

Det er klart, at kraft ligesom forskydning, hastighed og acceleration, foruden en størrelse har en retning. Man skriver derfor en kraft som et vektorsymbol $\vec{F}$.
Bogstavet *F* anvendes ret konsekvent til at betegne en kraft. For at godtgøre, at kræfter faktisk opfører sig som vektorer, er det nødvendigt at vise, at summen af to kraftpåvirkninger følger reglerne for vektoraddition. Nedenfor er vist et forsøg, som godtgør dette i et enkelt tilfælde.



På figuren (a) er ophængt et lod i et dynamometer, hvor størrelsen af kraften *F* kan aflæses.
$\vec{F}$ er den kraft, hvormed dynamometret påvirker loddet. På figuren (b) er kraften $\vec{F}$ erstattet af to kræfter $\vec{F_1}$ og $\vec{F_2}$, hvis størrelser kan aflæses på de to dynamometre, og hvis retninger er retningerne til snorene til loddet. På figur(c) er alle tre kræfter afsat som vektorer ud fra samme punkt, og forsøget vil vise (med den foreliggende målenøjagtighed), at der gælder vektorrelationen: $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$. Figuren (c) kaldes ofte for kræfternes parallellogram. $\vec{F}$ kaldes for resultanten af de to kræfter $\vec{F_1}$ og $\vec{F_2}$. $\vec{F_1}$ og $\vec{F_2}$ kaldes for komposanterne af $\vec{F}$ langs de to retninger (1) og (2).
Sammenlign afsnittet om vektorer. Resultatet af dette forsøg er en mere generel (og vigtig) sætning.
Sætning 3.2

> Er et legeme påvirket af flere kræfter: $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$, ..., finder man den resulterende kraft $\vec{F}$, som vektorsummen af de givne kræfter: $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3}$, ... Legemet vil bevæge sig som om det var påvirket af den resulterende kraft. Dette har vist sig at gælde, hvad enten legemet er i bevægelse eller hvile.

Bemærk: Den resulterende kraft er et matematisk objekt og ikke nogen fysisk kraft, med mindre det er den eneste kraft, der påvirker legemet

Omvendt kan en (fysisk) kraft $\vec{F}$ altid opløses efter to givne ikke parallelle retninger: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.
Dette anvendes, stort set altid i en dynamisk analyse af et legemes bevægelse, som det vil blive belyst ved eksempler i det følgende.

4. Masse

Alle massive legemer er i besiddelse af en egenskab, som kaldes masse. Begrebet masse forvekslet ofte med et legemes tyngde, altså tyngdekraften på legemet. Som omtalt, så varierer tyngden fra sted til sted, mens massen er en uforanderlig egenskab, der er knyttet til legemet.

Et legemes masse karakteriseres bedst ved dets evne til, eller dets træghed mod at blive accelereret.
Det er f.eks. lettere at kaste en sten på 100 *g* end en sten på 2 *kg*.
I stedet for at tale om masse og tyngde, taler man ofte om den træge masse og den tunge masse.

Man kan f.eks. tænke sig 3 legemer udformet som fodbolde. En almindelig fodbold, en trækugle og en jernkugle. Tildeler man hver af kuglerne det samme velrettede spark, vil man få en tydelig fornemmelse af legemernes træghed mod at blive accelereret.
Man kan nu forstille sig at man medbringer trækuglen til månen, hvor den omtrent vil have samme tyngde, som en fodbold på jorden. Tildeler man trækuglen på månen et spark, vil "følelsen" (og det efterfølgende ophold på en ortopædisk afdeling) være nøjagtig det samme, som på jorden.

Selvom tyngden af et legeme ændres, så det virker lettere, så er massen, og dermed trægheden mod at blive accelereret uforandret den samme.

Når man til massebestemmelse alligevel ofte anvender tyngden (og ikke legemets træghed mod at blive accelereret), er det fordi det er relativt nemt at måle tyngden (med en alm. vægt), og fordi tyngden er proportional med massen. $F_T = mg$ Tyngdekraften er lig mad massen gange tyngdeaccelerationen.
Skålvægten med vejelodder, som jeg anvendte i gymnasiet, anvendes ikke længere.
Her "sammenlignede" man en masse på den ene skål med vejelodder på den anden. Skålvægten vil i modsætning til fjedervægten vise det samme overalt – også på månen.

De moderne elektroniske vægte, kan anvendes til massebestemmelse for masser, der ikke er for store og ikke for små.
Det siger sig selv, at jordens masse $5{,}98\ 10^{24}$ *kg* ikke kan bestemmes med en vægt. Det samme gælder for atomare partikler. F.eks. er massen af brintatomet $1{,}660\ 10^{-27}$ *kg*. I sådanne tilfælde bestemmes masserne ved at studere de accelerationer som legemerne får ud fra kendte kræfter, eller tildeler andre legemer, som de vekselvirker med.
F.eks. kan jordens masse bestemmes ved at måle den acceleration (tyngdeaccelerationen *g*), som et æble får, når det falder ned fra et æbletræ (under anvendelse af Newtons gravitationslov).
Den samlede masse af et legeme ændres ikke ved fysiske eller kemiske processer. Det ændres ikke ved opvarmning eller sammentrykning.

Loven om massens uforanderlighed også ved kemiske processer blev første gang formuleret af franskmanden Lavoisier. Det problematiske var naturligvis, når en kemisk proces resulterede i dannelsen af gasser.

Lavoisier opfandt skålvægten og udførte nogle meget nøjagtige målinger, hvor han også opsamlede gasserne, (som man hidtil havde betragtet som vægtløse) fra reaktioner, og han konstaterede, at selv om to stoffer reagerede og danne nye forbindelser, så var massen af slutprodukterne altid lig med massen af de indgåede stoffer.
Massen er en skalar, der kræves kun en talværdi og en enhed til at fastlægge den fuldstændig.

På det klassiske trick spørgsmål: Hvad vejer mest et kilo bly eller et kilo vat, er svaret naturligvis, at de vejer lige meget, nemlig et kilogram. Forskellen på de to stoffer, kaldes for massefylde.

Tidligere lærte man i skolen: Ved massefylden af et stof forstår man det antal gram, som en kubikcentimeter af stoffet vejer.
1 cm^3 vand vejer 1,00 g, så massefylden for vand er 1 g/cm^3.1 cm^3 jern vejer 7,87 g, så massefylden for jern er 7,87 g/cm^3 .

Definitionen ovenfor er nem at forstå, men nu om dage definerer man densitet eller massefylde, som massen per rumfangsenhed. Hvis massen m har rumfanget V, er massefylden defineret som:

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad (\rho \text{ er et græsk bogstav.})$$

SI-enheden er kg/m^3, nemlig SI-enheden for masse divideret med SI-enheden for rumfang.
Massefylde måles ofte, i sær i kemien, i g/cm^3 eller i kg/l.

5. Newtons love

Newton var den første, der gav begreberne kraft, masse og acceleration en præcis definition.
Det understreges, at vi i det foregående har givet en selvstændig definition og uafhængige metoder til at måle disse tre størrelser, så eventuelle relationer mellem dem direkte kan bekræftes ved forsøg.
Newtons love er fundamentet for mekanikken og grundlaget for hele den klassiske fysik.

5.1 Newtons 1. lov. Inertiens lov.

Et legeme, der ikke er påvirket af kræfter, (eller hvor den resulterende kraft er nul), er enten i hvile eller bevæger sig jævnt og retlinet.

5.2 Newtons 2. lov: $\vec{F} = m\vec{a}$

Den resulterende kraft $\vec{F} = \vec{F}_{res}$ på et legeme er lig med legemets masse m gange legemets acceleration $\vec{a}$.

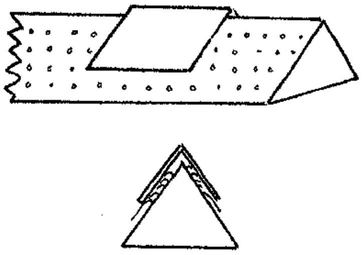
5.3 Newtons 3. lov: Loven om aktion og reaktion.

Hvis et legeme påvirker et andet med en vis kraft $\vec{F}_1$, så påvirker det andet legeme det første med en kraft $\vec{F}_2$, som er lige så stor, og modsat rettet: $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$.
Dette gælder, hvad enten legemerne er i hvile eller bevægelse.

6. Inertiens lov. Inertialsystemer

Iagttagelser på jorden synes ikke umiddelbart at bekræfte inertiens lov. Sætter man f.eks. en vogn i bevægelse på et vandret underlag, vil den tabe i hastighed og før eller siden gå i stå.

Fig. 6.1



Heraf stammer tidligere tiders opfattelse, at det kræver en kraft for at oprette en bevægelse (Aristoteles).
Efter Newton er man blevet klar over, at opbremsningen skyldes friktionskræfter, så forudsætningen for inertiens lov (upåvirket af kræfter) ikke er opfyldt.
Ved forsøg ved jordens overflade, er det meget vanskeligt helt at eliminere de bremsende friktionskræfter.
Efter 1970 har man til undervisningsbrug fremstillet den såkaldte luftpudebænk, hvor friktionen er meget ringe.

Luftpudebænken består af en skinne, der er forsynet med en mængde små lufthuller. Til bænken hører også en glider, der passer til skinnens profil. En (gammeldags) støvsuger(blæser), presser luft ud gennem hullerne i skinnen, og glideren vil herefter hvile på en "luftpude", hvorefter friktionen mellem skinnen og luftpuden er forsvindende.
Med en luftpudebænk kan man derfor med god tilnærmelse illustrere inertiens lov.

I moderne tid er inertiens lov også blevet bekræftet med opsendelse af rumsonder, som bevæger sig uden for jordens atmosfære. I verdensrummet er der ingen "luft", der kan yde modstand.

Det er vigtigt, at man ved formuleringen af inertiens lov understregner det jævne (konstant hastighed), samt det retlinede. En bevægelse, der ikke er retlinet, er altid accelereret, selv om farten er konstant.

Samtidig med at Newton formulerede sine 3 love, gjorde han sig overvejelser over deres gyldighed i forhold til forskellige iagttagere, også kaldet ståsteder eller henførelsessystemer.
Et ståsted, hvor Newtons love er gyldige, kaldes for et inertialsystem.

Det er indlysende at en og samme bevægelse vil tage sig forskelligt ud set fra to iagttagere, der bevæger sig i forhold til hinanden.
Man kunne f.eks. tænke sig en iagttager der kører jævnt og retlinet i et tog, og en iagttager, der er i hvile på perronen. Hvis iagttageren i toget taber sit guldur, vil han notere, at det falder lodret med konstant acceleration, og rammer et punkt på gulvet nøjagtig under det punkt, hvor det blev sluppet. Iagttageren på perronen vil derimod hævde at uret før faldet havde en begyndelseshastighed i vandret retning (den samme som toget), og set fra perronen vil uret ikke beskrive et lodret fald, men en parabelbue, og i forhold til perronen, vil uret ikke ramme et punkt, der ligger lodret under punktet, hvor det blev sluppet.

Men vigtigere, så viser eksemplet, at resultatet af forsøg er det sammen, hvad enten det udføres af en iagttager i i hvile eller af en iagttager, der bevæger sig jævnt og retlinet.

Hvad enten iagttageren taber sit guldur på perronen eller i toget, vil han finde, at det falder lodret med den konstante acceleration g (tyngdeaccelerationen).
Ud fra dette forsøg, kan man altså ikke afgøre, om man er i "hvile" eller bevæger sig jævnt og retlinet. (Med mindre man kigger ud af vinduet)

Der findes faktisk ingen forsøg, der kan afgøre dette, og derfor er "hvile" ikke et fysisk begreb.
I fysikken er al bevægelse relativ. (En af hovedhjørnestenen i den specielle relativitetsteori).

Naturlovene er uforandret de samme i alle ståsteder, der bevæger sig jævnt og retlinet i forhold til hinanden. De er alle inertialsystemer, hvilket altså betyder, at inertiens lov, og der med de øvrige af Newtons love gælder.

Et ståsted, der er accelereret er ikke et inertialsystem. Dette kan man f.eks. opleve, hvis man befinder sig i et tog, som bremser eller passerer en kurve. Ting, der er i hvile i forhold til toget, kan pludselig vælt, man kan komme ud af balance, uden at man tilsyneladende kan påvise en fysisk kraft, der er årsag til dette.
Hverken inertiens lov eller Newtons øvrige love er gyldige, set fra en iagttager i et accelereret ståsted.
Iagttages begivenhederne derimod fra et inertialsystem, vil denne iagttager naturligvis finde, at bevægelserne sker i overensstemmelse med Newtons love.
Jorden er kun med tilnærmelse et inertialsystem, da jorden både accelererer i sin bevægelse om solen og i rotationen om sin egen akse.
Newtons love gælder således kun med (meget god) tilnærmelse på jorden. At jorden ikke er et inertialsystem, blev første gang vist af Foucault, for at påvise jordens rotation. Han hængte et tungt pendul op i en kirke i en 20 meter lang line. Det viste sig, at pendulets svingningsplan roterede en omgang i løbet af et døgn. Dette ville ikke have været tilfældet i et inertialsystem.

7. Newtons 2. lov

Newtons 2. lov er hjørnesten i mekanikken og grundlaget, som resten af den klassiske fysik bygger på. I sin oprindelige formulering udsiger den, at den resulterende kraft på et legeme (dvs. vektorsummen af de kræfter, der påvirker legemet), er proportional med legemets masse gange dets acceleration.

Opskrevet matematisk, udtrykker dette at: $\vec{F} = c \cdot m \cdot \vec{a}$, hvor c er en konstant, der kun afhænger af de valgte enheder. Det er hensigtsmæssigt at vælge sine enheder, så c bliver lig med 1. Med dette valg af enheder får Newtons 2. lov sin velkendte form.

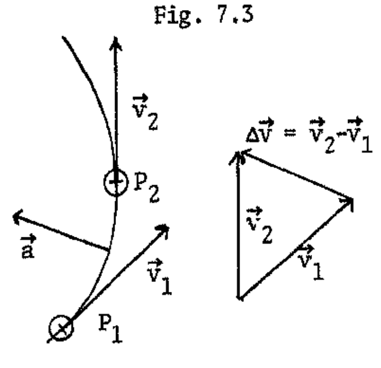
(7.1) $$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Ligningen kan da opfattes som definitionsligningen for enheden for kraft. Erstattes nemlig de fysiske størrelser med deres SI enheder på højre side af ligningen, læser man at SI enheden for kraft, er lig med SI enheden for masse *kg* gange SI enheden for acceleration m/s^2. SI enheden for kraft kaldes *Newton*, som skrives 1 *N*. Vi har da

(7.2) $$1\ Newton = 1\ N = 1\ kg\ m/s^2$$

Newtons 2. lov er en vektorligning, hvoraf følger, at accelerationen altid har den same retning, som den resulterende kraft.
For en retlinet bevægelse er accelerationen altid parallel (ensrettet eller modsat rettet) med bevægelsen, men for en krum bevægelse er dette ikke tilfældet.

Fig. 7.3



Betragter vi f.eks. månen, så ved vi, at dens bevægelse skyldes kraftpåvirkningen fra jorden. Kraften på månen er derfor stedse rettet mod jordens centrum, og Newtons 2. lov fortæller os at accelerationen også må have denne retning. På figuren har vi søgt at illustrere, hvorfor det forholder sig sådan.

I punktet P_1 er hastighedsvektoren $\vec{v}_1$, mens den er $\vec{v}_2$

I punktet P_2. Hastighedstilvæksten fra P_1 til P_2 er derfor: $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$. På figuren ved siden af, har vi konstrueret hastighedstilvæksten $\Delta\vec{v}$, som en differens mellem to vektorer, og det fremgår, at den er vinkelret på banen. Accelerationen $\vec{a} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ har da den samme retning, vinkelret på bevægelsen.

7.4 Eksempel

Vi vil omregne fra enheden kilopond (*kp)* til enheden Newton (*N).*

Ethvert legeme nær jordens overflade, falder med den samme konstante acceleration *g*. Har legemet massen *m*, er det således påvirket af den konstante kraft $F = mg$. Har legemet specielt massen 1 *kg*, har vi tidligere defineret denne kraft som 1 kilopond 1 *kp*. (når legemet er anbragt på normalstedet i Paris). Af Newtons 2. lov følger da:

$$F = mg \quad => \quad 1\ kp = 1\ kg \cdot 9{,}80665\ m/s^2 = 9{,}80665\ N$$

Omvendt finder man at 1 N = 0,1020 *kp*.

7.5 Eksempel

En plan klods med massen m = 2,0 *kg* trækkes på et vandret underlag med en kraftmåler. Der er en vis friktionskraft mellem klods og underlag, men denne afhænger ikke af klodsens hastighed.

Når klodsen trækkes med konstant hastighed, viser kraftmåleren 4,0 *N.*

a) Beregn gnidningskraften.
b) Beregn klodsens acceleration, når kraftmåleren viser 8,0 *N*.

Løsning:

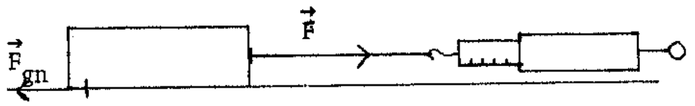
Når bevægelsen er retlinet, kan vi undvære vektorstregerne, men størrelserne skal regnes med fortegn.

Når klodsen bevæger sig med konstant hastighed, er accelerationen a = 0.

a) $$F_{res} = F - F_{gn} = ma = 0 \quad => \quad F = F_{gn} = 4{,}0\ N.$$

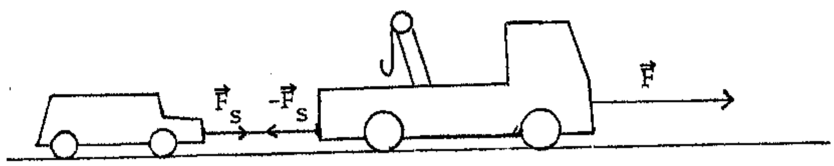
b) $$F - F_{gn} = ma \quad => 8{,}0\ \mathrm{N} - 4{,}0\ \mathrm{N} = ma \quad => \quad a = 4{,}0\ N/2{,}0\ kg = 2{,}0\ m/s^2.$$

Fig. 7.5



7.6 Eksempel.

En kranvogn med massen m_k = 2,5 ton skal trække en personbil med massen m_p = 700 *kg* i et slæbetov. Vi ser i dette tilfælde bort fra krafttab, som følge af friktion i hjul og lejer.



a) Beregn den kraft F, som kranvognens motor skal yde for at de to biler får accelerationen a = 1,0 m/s^2.
b) Beregn trækkraften F_S i slæbetovet.

Løsning:

a) De to biler har den samme acceleration, da de følges ad. Af figuren fremgår det, at:

Resulterende kraft på kranvognen: $F_k = F - F_S = m_k a$

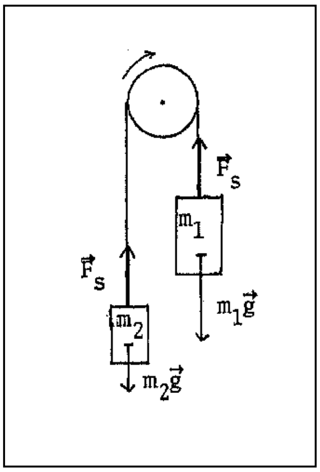
b) Resulterende kraft på personvognen: $F_p = F_S = m_p a$

Når de to ligninger adderes, går F_S ud, og man finder et et udtryk for motorkraften F.

$$F = (m_p + m_k)a \quad => \quad F = (2500\ kg + 700\ kg)\ 1{,}0\ m/s^2 = 3200\ N$$
$$F_S = m_p\, a \quad = > F_S = 700\ kg\ 1{,}0\ m/s^2 = 700\ N$$

7.7 Eksempel
Figuren nedenfor forestiller en vinde, som kaldes Atwoods faldmaskine, og som tidligere blev anvendt i gymnasiet til at vise Newtons 2. lov. I dette tilfælde forsynet med to lodder med masserne m_1 =0,250 kg og m_2 = 0,200 kg. Man antager at systemet er gnidningsfrit, og at der ikke kræves nogen kraft for at accelerere vinden (den er masseløs).

a) Beregn loddernes fælles acceleration.



Løsning: Begge lodder er påvirket af tyngdekraften og af den samme snorkraft F_S.
Når systemet er i bevægelse har lodderne numerisk den samme acceleration, men med forskelligt fortegn, da det ene lod går op, når det andet går ned.
Vi opskriver da Newtons 2. lov for de to lodder.

$$F_{res}(1) = m_1 g - F_S = m_1 a_1$$

$$F_{res}(2) = m_2 g - F_S = m_2 a_2 = - m_2 a_1$$

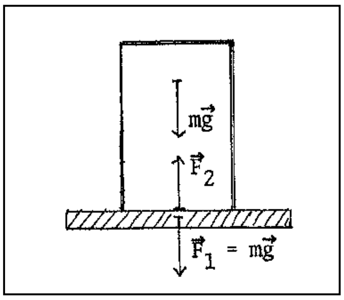
Vi har I den sidste ligning anvendt, at $a_2 = - a_1$.
Hvis man skifter fortegn for den anden ligning og derefter adderer de to ligninger får man:

$$m_1 g - F_S = m_1 a_1 \quad \wedge \quad F_S - m_2 g = m_2 a_1 \quad \Rightarrow \quad (m_1 - m_2)g = (m_1 + m_2)a_1 \quad \Leftrightarrow$$

$$a_1 = \frac{(m_1 - m_2)g}{(m_1 + m_2)} \quad \Rightarrow a_1 = \frac{0{,}050\,kg\ 9{,}82\,m/s^2}{0{,}450\,kg} = 1{,}09\,m/s^2$$

8. Newtons 3. lov

8.1 Eksempel



Figuren viser en klods, der er anbragt på et vandret bord. Har klodsen massen *m*, er den påvirket af tyngden $m\vec{g}$. Da klodsens acceleration er 0, må den resulterende kraft ifølge Newtons 2. lov også være nul. Dette betyder så igen, at klodsen må være påvirket af en kraft, der er lige så stor, men modsat rettet $m\vec{g}$. Denne kraft er reaktionskraften fra underlaget. Dette er i overensstemmelse med Newtons 3. lov, der udtrykker, at når klodsen påvirker bordet med en kraft $\vec{F}_1 = m\vec{g}$, så påvirker bordet klodsen med en kraft $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$, der er lige så stor, men modsat rettet $\vec{F}_1$.

Kræfterne $m\vec{g}$ og $\vec{F}_2$ ophæver hinanden, men kraft - reaktionskraft parret $\vec{F}_1$ og $\vec{F}_2$ kan ikke ophæve hinanden, da de virker på forskellige legemer.
(Hvis man får én på skrinet, så er det rigtig at kinden påvirker hånden, der slår med en lige så stor, men modsat rettet kraft, men den ophæver som bekendt ikke denne kraft).

Enhver kraft, der påvirker et legeme har en reaktionskraft ifølge Newtons 3. lov.
Tyngdekraften på klodsen er jo egentlig den kraft, hvormed jorden påvirker klodsen, og klodsen påvirker da jorden med en kraft, der er lige så stor, men modsat rettet. Denne kraft virker i jordens centrum.

8.2 Eksempel
Det er som bekendt jordens tiltrækningskraft, der får månen til at bevæge sig i en bane omkring jorden.
Forholdet mellem månens masse m_m og jordens masse m_j er 0,0123.
a) Bestem forholdet mellem de accelerationer, som månen og jorden udsættes for på grund af deres gensidige kraftpåvirkning.
Løsning.
Ifølge Newtons 3. lov påvirker jorden og månen hinanden med kræfter, der er lige store, men modsart rettede.
Vi opskriver disse kræfter, ifølge Newtons 2. lov.

$$\vec{F}_{måne} = m_m \vec{a}_m \qquad og \qquad \vec{F}_{jord} = m_j \vec{a}_j$$

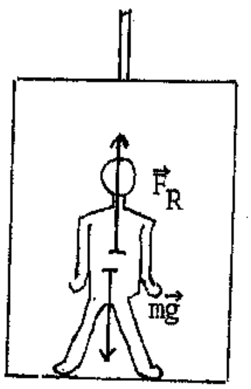
$$\vec{F}_{måne} = -\vec{F}_{jord} \quad \Rightarrow \quad m_m\vec{a}_m = -m_j\vec{a}_j \quad \Rightarrow \quad m_m a_m = m_j a_j \quad \Rightarrow \quad \frac{a_j}{a_m} = \frac{m_m}{m_j}$$

Forholdet mellem jordens og månens accelerationer er således det omvendte masseforhold $a_j{:}a_m$ =0,0123.
På grund af dette forholds lidenhed, mærker vi praktisk talt ikke månens påvirkning på jorden. Dog skal det nævnes at fænomenet tidevand skyldes månens (og solens) træk i vandmasserne på jorden. Månens tiltrækningskraft på havene er nemlig lidt forskellig fra den side der vender mod månen (solen), og den side der vender bort fra månen (solen).

8,3 Eksempel
En personbil accelerer på en plan vej.
a) Hvilken kraft er det som giver bilen sin acceleration.
b) Hvad er reaktionskraften til denne kraft, og hvem leverer denne reaktionskraft?

Løsning:
Den kraft, som accelerere bilen er den friktionskraft, hvormed vejbanen påvirker dækkene. Reaktionskraften til denne kraft, er så den kraft, hvormed dækkene påvirker vejbanen. Denne kraft leveres af bilens motor via kraftoverførslen.

8.4 Eksempel



En person med massen 75 *kg* står i en elevator, som accelererer opad med 1,5 m/s^2.
a) Beregn den kraft, hvormed personen påvirker elevatorgulvet.

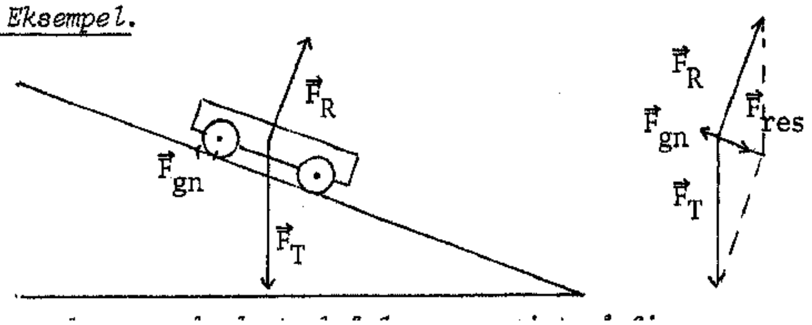
Løsning:
Personen er påvirket af tyngden $\vec{F}_T = m\vec{g}$, samt reaktionskraften fra underlaget $\vec{F}_R$.
Ifølge Newtons 3. lov er $\vec{F}_R$ lige så stor, men modsat rettet, som den kraft vi vil beregne. Vi vælger den positive retning opad, og opskriver da Newtons 2. lov for personen.

$$\vec{F}_{res} = \vec{F}_T + \vec{F}_R = m\vec{a} \quad \Rightarrow$$
$$F_{res} = -mg + F_R = ma$$

Hvorefter vi kan bestemme F_R.

$F_R = (a + g)m$ = (1,5 m/s^2 +9,82 m/s^2)75 *kg* = 849 *N, som* svarer til tyngden af 84 *kg*.

8.5 Eksempel.



En vogn kører ned af et skråplan, som vist på figuren.
a) Diskuter, hvilke kræfter vognen er påvirket af, og angiv retningen af den resulterende kraft.

Løsning: Vognen er påvirket af tyngdekraften $\vec{F}_T$, reaktionskraften fra underlaget $\vec{F}_R$, samt en eventuel gnidningskraft $\vec{F}_{gn}$. Gnidningskraften er altid modsat rettet bevægelsen. Retningen af de tre kræfter er vist på figuren. Den resulterende kraft er vektorsummen af de tre kræfter. $\vec{F}_{res} = \vec{F}_T + \vec{F}_R + \vec{F}_{gn}$.

Da accelerationen har retning langs med skråplanet, har $\vec{F}_{res}$ også denne retning ,som det også fremgår ved konstruktionen af $\vec{F}_{res}$.

8.6 Eksempel
En personbil med massen 800 *kg* kører med hastigheden 60 *km/h* mod en mur. Personbilen får hermed en hastighedsændring fra 60 *km/h* til 0 *km/h* på en strækning af 0,60 *m*.

a) Beregn den kraft, hvormed personbilen påvirker muren under sammenstødet.
Løsning:
Vi antager at "bremsningen" sker med konstant acceleration, og vi anvender formlen: $v^2 - v_0^2 = 2a(s - s_0)$.

Indsætter vi $v_0 = 60\ km/h = 16{,}7\ m/s$, $v = 0$ og $s - s_0 = 0{,}60\ m$, kan man beregne accelerationen ved sammenstødet.

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2(s - s_0)} = \frac{(0 - 16{,}7\ m/s)^2}{2 \cdot 0{,}60\ m} = -231\ m/s^2$$

Den resulterende kraft på bilen er ifølge Newtons 2. lov: $F = ma = 800\ kg\ (-231\ m/s^2) = -1{,}85\ 10^5\ N$.
Ifølge Newtons 3. lov er kraftpåvirkningen på muren lige så stor, men modsat rettet, så den er $1{,}85\ 10^5\ N$.
Man bemærker, at kraftpåvirkningen på bilen svare til en belastning på omkring 19 ton.

8.7 Opgaver.
1. En elevator vejer 380 *kg*. Hvor stor er trækkraften i bæretrossen, , når elevatoren har accelerationen 2,3 m/s^2, henholdsvis opad og nedad.

2. Münchhausen trak som bekendt sig selv (og sin hest) op ad en mose, ved et kraftigt ryk i håret.
Er det løgn? Og hvorfor?

3. Ved bugsering af en havareret bil anvendes et slæbetov, der højst kan tåle et træk på 290 *kp*. Bilens masse er 1500 *kg*, og friktionskraften sættes til 10% af vognens tyngde.
Hvad er den maximale acceleration bilen kan udsættes for før slæbetovet sprænges?

9. Gnidning

Gnidnings- eller friktionskræfter optræder overalt, hvor to legemer er i bevægelse i forhold til hinanden. Friktionen optræder i kontaktflader, fordi disse, når de ses under mikroskop har små ujævnheder og kanter, som griber ind i hinanden.
Gnidningskræfterne kan deles op i 3 grupper, som har forskellige egenskaber.

1.Fast stof mod fast stof, som f.eks. når en klods trække hen over et vandret underlag.
Det viser sig at gnidningskraften ikke afhænger af hastigheden i bevægelsen.

2. Fast stof mod væske. Når et skib sejler, vil der være en gnidningskraft mellem berøringsfladerne (skrog og vand), som er hastighedsafhængig.
Motorkraften i skibet anvendes dog i alt væsentlig til at flytte, dvs. accelerere de vandmasser, der skal fortrænges, når skibet sejler.

3. Fast stof mod luft. En bil vil selv ved moderate hastigheder være påvirket af en ikke ubetydelig luftmodstand, som i den første tilnærmelse kan antages at være proportional med kvadratet på hastigheden.

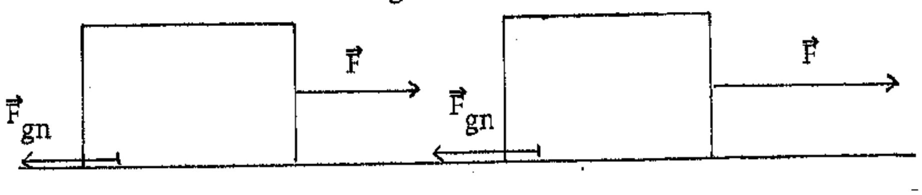
Fælles for alle gnidningsfænomener er, at gnidningskraften altid virker modsat hastigheden, og derfor altid er bremsende på bevægelsen.

I dette afsnit, vil vi kun beskæftige os med gnidning mellem faste stoffer, idet der her gælder nogle simple lovmæssigheder, mens gnidning i væsker og luftmodstand er langt mere (matematisk) kompliceret at beskrive.

Som eksempel betragter vi en plan klods, der trækkes på et vandret underlag.
For at sætte klodsen i bevægelse, skal man påvirke den med en kraft $\vec{F}$, som er større end gnidningskraften $\vec{F}_{gn}$.
Så længe klodsen ligger stille er gnidningskraften lige så stor og modsat rettet trækkraften, idet accelerationen jo er nul. ($\vec{F}_{res} = \vec{F} + \vec{F}_{gn} = m\vec{a} = \vec{0}$).
(Lige før klodsen sætter sig i bevægelse, vil man bemærke, at gnidningskraften er lidt større end den konstante gnidningskraft under bevægelse).

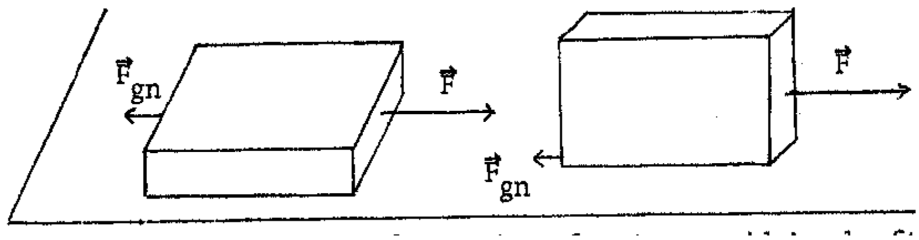
Nå klodsen er i bevægelse, viser forsøg at gnidningskraften ikke afhænger af klodsens hastighed.

Fig. 9.1

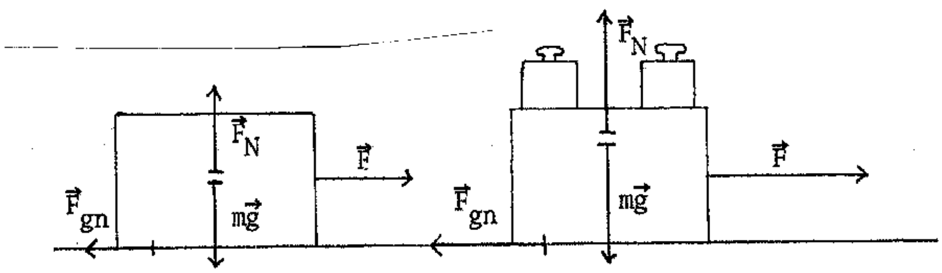


For at undersøge, hvorledes gnidningskraften afhænger af berøringsfladens størrelse, kan man anvende en rektangulær klods.

Fig. 9.2



Trækkes klodsen i en jævn bevægelse med en kraftmåler, viser forsøg at gnidningskraften er den samme, hvad enten klodsen ligger ned eller står på højkant.
<u>Gnidningskraften afhænger ikke af kontaktfladens størrelse, når fladernes beskaffenhed i øvrigt er den samme.</u>
Dette er dog let at forstå, idet kraften pr. arealenhed (trykket) er forskelligt i de to tilfælde, men når man ganger med arealets størrelse, får man det samme, nemlig kraften mellem klods og underlag.



Belaster man klodsen med lodder, som vist på figuren ovenfor, vil man iagttage, at gnidningskraften vokser. Ved at trække klodsen med en kraftmåler, <u>viser forsøg, at</u> $\vec{F}_{gn}$ <u>er proportional med den kraft, der virker mellem kontaktfladerne</u>. <u>Denne kraft kaldes for normalkraften, og betegnes</u> $\vec{F}_N$
De fundne resultater kan formuleres i følgende sætning 9.4:

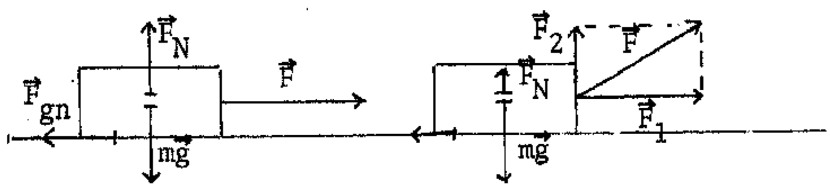
Gnidningskraften, der virker mellem to faste stoffer afhænger ikke af legemernes hastighed eller berøringsfladernes størrelse, men kun af normalkraften $\vec{F}_N$, idet gnidningskraft og normalkraft er proportionale.

(9.5)	$F_{gn} = \mu F_N$

μ er en materialkonstant, som kaldes for gnidningskoefficienten. Den afhænger af berøringsfladernes ruhed og øvrige beskaffenhed. μ er ubenævnt, dvs. den har ingen enhed. For gnidning mellem to glatte træflader varierere μ fra 0,2 til 0,4.

9.6 Eksempel.
En klods med massen 2,0 *kg* trækkes hen over et vandret underlag med en kraft på 8,0 *N*.
Gnidningskoefficienten μ er lig med 0,35.
Beregn gnidningskrafen og accelerationen i bevægelsen, når:

a) Trækkraften *F* er vandret.
b) Trækkraften har samme størrelse, men danner en vinkel på 30^0 med vandret.



Løsning:
a) I dette tilfælde er normalkraften $\vec{F}_N = m\vec{g}$, og gnidningskraften derfor μ*mg*. Heraf finder vi:
F_{gn} = μ*mg* = 0,35·2,0 *kg* 9,82 m/s^2 => F_{gn} = 6,87 *N*.
Accelerationen beregnes herefter ud fra den resulterende kraft:
...

$$\vec{F}_{res} = \vec{F} + \vec{F}_{gn} \quad \Rightarrow \quad F_{res} = F - F_{gn} = 8{,}0\ N - 6{,}87\ N = 1{,}13\ N$$

$$\vec{F}_{res} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F_{res}}{m} = \frac{1{,}13\ N}{2{,}0\ kg} = 0{,}656\ N$$

b) Vi opløser trækkraften $\vec{F}$ I en vandret komposant $\vec{F}_1$ og en lodret komposant $\vec{F}_2$.
Det følger da af geometrien, at $F_2 = \frac{1}{2}F \quad og \quad F_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}F$. I dette tilfælde er normalkraften:

$$\vec{F}_N = m\vec{g} + \vec{F}_2 \quad \Rightarrow \quad F_N = mg - F_2 = mg - \tfrac{1}{2}F$$

Heraf finder vi:

F_N = 2,0 *kg* · 9,82 m/s^2 – 4,0 *N* = 15,6 *N*.

Gnidningskraftens størrelse, bestemmes som:

$F_{gn} = \mu F_N$ = 0,35 · 15,6 *N* = > F_{gn} = 5,47 *N*.

Accelerationen beregnes ud fra den resulterende kraft:

$$\vec{F}_{res} = \vec{F}_1 + \vec{F}_{gn} \quad \Rightarrow \quad F_{res} = F_1 - F_{gn} = 6{,}92\ N - 5{,}47\ N = 1{,}45\ N$$

$$F_{res} = ma \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F_{res}}{m} = \frac{1{,}45\ N}{2{,}0\ kg} = 0{,}725\ m/s^2$$

Eksemplet viser, at man kan opnå en større accelerationen, hvis man trækker kassen i en skråvinkel, hvilket er almindelig kendt. Man letter nemlig på normalkraften på denne måde, så gnidningskraften formindskes.

Man kan stille sig det spørgsmål, hvad den optimale vinkel vil være for at opnå den mindste anstrengelse. Svaret er, (men det kræver differentialregning at vise) at sammenhængen mellem vinklen θ med vandret og gnidningskoefficienten μ, skal være $\tan\theta = \mu$.

For $\mu = 0{,}25$ er den optimale vinkel 14^0. og for $\mu = 0{,}45$ er den optimale vinkel 24^0 .