Startbane og opdrift på en DC-7

Dette er en artikel fra min hjemmeside: www.olewitthansen.dk

Ole Witt-Hansen 2019

Indhold

1. Længden af startbanen for en DC-7.


Photo ©: Nicholas A Vollaro (photos at airliners.net)

Vi skal indlede med en teoretisk beregning af længden af startbanen (the runway) for et passagerfly før det letter.
Vi gør det under den antagelse, at motorerne yder en konstant effekt *P*.
Faktisk er udregningen meget simpel.
Ud fra definitionen af hastighed:

(1.1) $\frac{ds}{dt} = v$ følger det $s = \int v dt$

Vi skal også anvende *arbejdssætningen*:

Den resulterende krafts arbejde er lig med tilvæksten i kinetisk energi.

(1.2) $$F_{res}s = Pt = \frac{1}{2}mv^2$$

Når effekten *P* er konstant følger det: $Pdt = d(\frac{1}{2}mv^2) = mvdv$,

Ud fra dette kan vi udlede et udtryk for $dt = \frac{m}{P}vdv$, som vi indsætter i (1.1)

(1.3) $$s = \int vdt = \frac{m}{P}\int v^2 dv \quad \Rightarrow \quad s = \frac{m}{3P}v^3$$

Hvis flyveren har en begyndelseshastighed $v_0 = v(0)$ får vi:

(1.4) Ud fra $\frac{ds}{dt} = v$ følger det ligesom før: $s - s_0 = \int_0^t vdt$.

Idet $Pt = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^{\,2}$ følger det ligeledes som før (hvis *P* er konstant)

$$Pdt = d(\tfrac{1}{2}mv^2 - \tfrac{1}{2}mv_0^{\,2}) = mvdv \,.$$

Vi finder da ligesom før: $dt = \frac{m}{P}vdv$, som vi indsætter i (1.4)

(1.5) $$s - s_0 = \int_0^t vdt = \frac{m}{P}\int_{v_0}^{v} v^2 dv \quad \Rightarrow \quad s - s_0 = \frac{m}{3P}(v^3 - v_0^{\,3})\,.$$

Vi vil nu sammenligne dette med data fra en Douglas DC-7.

Egenvægt: 33.005 *kg*, Maksimal vægt: 64.864 *kg*, Vinge areal: 152,1 m^2, og motor effekt for hver af de 4 motorer 2535 *kW*.

Vi skal antage at maskinen letter ved en hastighed på 250 *km/h*.

Idet vi anvender (1.3) $s = \frac{m}{3P} v^3$, og hvis vi kun anvender egenvægten, finder vi længen af startbanen før den letter.

$$s = \frac{3.3\,10^4\ kg}{3 \cdot 4 \cdot 2.553\,10^6 W} (250/3.6\ m/s)^3 = 361\ m$$

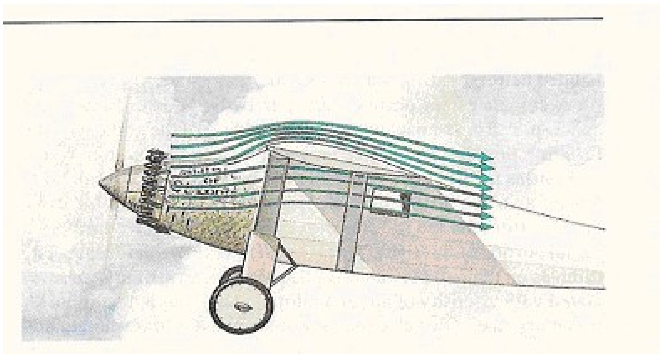
Ønsker vi at bestemme længden af startbanen ved max belastning, skal vi blot multiplicere med 64864/33005, hvilket giver en startbane på 709 *m*

Idet de fleste startbaner er omkring 1500 *m*, så giver den teoretiske beregning god mening.
Vi har imidlertid ikke taget hensyn til effekt tabet på grund af friktion i landingshjulene og luftmodstand.
På den anden side vil luftmodstanden give anledning til en forøget opdrift, ifølge Bernouilli's lov, så den vil også bevirke en kortere startbane.

Man kunne selvfølgelig også lave beregningen for en Airbus A-380, eller en Boeing 777, hvis man kunne finde de relevante data, men afvigelserne fra DC-7 vil næppe være væsentlige.

2. Hvorfor kan man flyve?

Bernoulli's lov kan kun give en kvalitativ forklaring på, hvorfor det er muligt at flyve (uden at baske med vingerne), selv om det for mange (uden for det naturvidenskabelige samfund) vedbliver at være et mysterium



14–26 Flow lines around an airplane wing.

Figuren viser princippet i, hvordan opdriften på en vinge sker ud fra Bernoulli's lov. Figuren viser en strømlinie under og ovenpå en vinge.
På grund af vingernes (aerodynamiske) form, må luften (vinden) bevæge sig et længere stykke over vingen end under vingen. Luften må derfor bevæge sig med en større hastighed, når den passerer oversiden end undersiden.
Ifølge Bernuoilli's lov betyder dette, at trykket på oversiden er mindre en trykket på undersiden.
Denne trykforskel er årsag til den opdrift på vingerne, som modsvarer tyngdekraften, og som får maskinen til at "flyde" i luften.

Konstruktion af flyvemaskiner er baseret på mere end hundrede års erfaring, ingeniørkunst og vindtunnel forsøg. Aerodynamik er en meget kompleks videnskab, specielt når det kommer til turbulens, for hvilke der ikke findes et egentlig teoretisk grundlag.
Og turbulens er sandelig en væsentlig faktor at tage hensyn til, når man skal designe et aeroplan.

2.1 Eksempel:
For at bringe Bernoulli's lov i anvendelse, hvad angår flyvning, skal vi se på et simpelt (men urealistisk) eksempel, hvor data er hentet fra en Douglas DC-7.

Egenvægt: 33.005 *kg*, Maksimal vægt: 64.864 *kg*, Vinge areal: 152,1 m^2 og motor effekt for hver af de 4 motorer 2535 *kW*.
Vi antager derfor, at hastigheden af luftstrømmen på oversiden af vingen er 20% større end på undersiden.
Idet der ikke er noget bidrag fra tyngdekraften, finder vi ud fra Bernouilli's lov.

$$p_1 + ½\rho\, v^2 = p_2 + ½\,\rho\,(1.2v)^2 \quad => \quad \Delta p = p_1 - p_2 = ½\,\rho\, 0.44v^2.$$

indsættes heri: $\rho = \rho_{luft} = 1{,}29\ kg/m^3,\ v = 360\ km/h = 100\ m/s,$ finder vi:

$\Delta p = 2{,}84\cdot 10^3\ N/m^2 = 2{,}84\cdot 10^{-2}\ atm = 284\ kp/m^2$. ($1\ atm. \approx 10^5\ N/m^2 \approx 1\ kp/cm^2$)

DC-7'eren har et vingefang på 152,1 m^2, og det vil derfor svare til en opdrift på:

$$2{,}84\ 10^2\ kp/m^2\ 152{,}1\ m^2 = 4{,}32\ 10^4\ kp.$$

Som svarer til ca. 43 ton.

Bernouilli's lov hviler på en antagelse af laminar strømning, så denne udregning kan kun være et groft estimat af opdriften på vingerne, idet turbulens givetvis er en aktiv del af luftstrømningen.
Der findes ingen formaliseret teori for dannelsen af turbulens.

Beregningen viser imidlertid, at opdriften beregnet ud fra Bernouilli's lov, kvalitativt er tilstrækkelig til at holde en DC-7 i luften, idet vi har beregnet opdriften til at være 43,2 10^3 *kp*, men vægten af flyet er mellem 33 ton og 65 ton.